AL MOUFID EN Mathématiques

3ème année du cycle secondaire collégial

Guide de l'enseignant(e)

3e

Les auteurs

Abdeslem HAKKANI
Inspecteur principal de l'enseignement
secondaire qualifiant
Coordinateur

Mostafa FAHMI
Inspecteur principal de l'enseignement
secondaire qualifiant

Mohamed GHOUZAILI
Professeur principal de l'enseignement
secondaire qualifiant

INTRODUCTION

* Cet ouvrage se réfère aux fondements , principes et piliers figurant dans la charte nationale de l'éducation et de la formation . L'élaboration de ce guide a nécessité l'évocation du cumule positif des réformes et remaniements effectués et des orientations et choix auxquels ils ont conduit dans le domaine de la révision des curricula pédagogiques. La conception a tenu compte aussi du progrès accompli et de l'évolution enregistrée par les différents travaux de recherche dans la plupart des domaines des sciences de l'éducation notamment en psychologie et en didactique des mathématiques.

* Ce guide s'emploie à jouer plusieurs rôles et à exercer des fonctions éducatives essentielles qui consistent principalement à l'incitation des professeurs de mathématiques à l'autoformation, à leur fournir ce qui peut contribuer au meilleur inventissement possible du livre de l'élève en tant que maillon didactique important dans le processces d'apprentissage, en tant que médiateur central qui favorise l'auto-apprentissage et comme moyen constructif qui assure l'acquisition des connaissonces, leur développement, leur intégration et leur expansion.

* Ce, et afin de faciliter l'intilisation du guide, on a subdivisé ses contenus en quatres chapitres comme suit :

Dossier pédagogique (chapitre)	
Chapitre I	Cadre théorique
Chapitre II	Cadre pédagogique et didactique
Chapitre III	Programme de mathématiques de l'enseignement secondaire collégial
Chapitre IV	Guide des leçons

* Enfin, il y a lieu d'espérer que ce guide contribura à renforcer l'initiative personnelle, à propulser la pratique pédagogique à un niveau meilleur et que les professeurs y tavaveront un collaborateur dans leur mission et qu'ils s'acquittent de celle-ci avec compétence.

Les auteurs

SOMMAIRE

SOMMAIRE

INDICATIONS FACILITANT L'UTILISATION DU GUIDE

Afin de faciliter l'utilisation du guide du professeur et l'inventissement de ses contenus, on trouvera ci-après un aperçu succin et un coup d'oeil jeté sur le contenu de chaque composant de l'ouvrage.

Ainsi, le guide de l'enseignant se compose de quatre chapitres qui concernent les axes essentiels et les fondements scientifiques, pédagogiques et didactiques que ce soit au niveau du curriculum de mathématiques ou sur la scène pédagogique, de façon plus générale.

Voici un diagramme qui permet une lecture attentive des principaux titres et intitulés de ce guide.

Chapitre I

C'est le cadre théorique de l'ouvrage.
Il est consacré aux compétences et au remaniement du curriculum de mathématiques; ce qui est compatible avec l'approche par compétences et avec les choix références

Chapitre II

Ce chapitre aborde le cadre pédagogique et didactique où l'approche pédagogique et didactique adoptée est exposée.
Il est consacré au traitement des questions éducatives essentielles telles que l'enseignement, l'apprentissage, l'animation, le contrat didactique, la pédagogie de la résolution de problèmes, les situations didactiques, l'approche (enseignement) par activités , l'évaluation, le soutien, la remédiation, l'erreur et l'apprentissage le raisonnement et le matériel didactique permettant de soutenir l'apprentissage.

Chapitre III

Ici, on examine plusieurs éléments liés au curriculum de mathémqtiques où sont exposés le programme de mathématiques de l'enseignement secondaire collégial, le profil de l'apprenant et les objectifs de l'enseignement des mathématiques de ce cycle. Cet exposé est corroboré par une lecture analytique des contenus qui permet de répartir le programme scolaire en chapitres.

Chapitre IV

Il s'intéresse à la présentation du livre de l'élève et des séquences de ses contenus et dispositions. Il précise également la démarche retenue dans l'élaboration et la confection de ce manuel. Par ailleurs, ce chapitre est consolidé par des fiches pédagogiques où la gestion des leçons est proposée et où le traitement des concepts est méthodologiquement élucidée

Chapitre I

CADRE THÉORIQUE

1. APPROCHE PAR COMPÉTENCES

1.1. Apport des valeurs

1.2. Apport des compétences

1.3. Notion de compétence

- **1.3.1.** Qu’entend-on par capacité ?
- **1.3.2.** Qu’entend-on par compétence?
- **1.3.3.** Caractéristiques de la compétence?
- **1.3.4.** Définition synthétique
- **1.3.5.** Développement de la compétence - Situations d’intégration
- **1.3.6.** Types de compétences

1.4. Compétences en mathématiques

- **1.4.1.** Introduction
- **1.4.2.** Aspects des compétences à développer

Introduction :

Les développements connus par les sciences de l'éducation ont conduit à un foisonnement de propositions et de modèles visant à faire évoluer l'action éducative et à améliorer la pratique et la performance pédagogiques. Tous les modèles récents ont adopté, pendant une période assez longue, les concepts pédagogiques tels que " *le modèle de l'enseignement par objectifs, la pédagogie différenciée, le béhaviorisme ...* "comme leviers stratégiques essentiels pour améliorer le système scolaire, pour fonder l'opération de l'enseignnent-apprentissage sur des bases de rationnalité et écarter tout ce qui rend l'acte d'enseignement assujeti à la spontanéité, à l'improvisation et s'appuyant uniquement sur l'expérience personnelle.

Malgré les avancées importantes réalisées par ces propositions au niveau des concepts et techniques, grâce aux travaux de recherche et aux taxonomies élaborées, afin de présenter *système applicable en principe et une méthode cohérente compatible avec ses parties et ses composantes* " [1] , il n'en reste pas moins que ces tentatives ont abouti à un certain nombre de lacunes systémiques théoriques et méthodologiques (dont la moindre est de considérer l'apprenant comme récepteur et récipient des informations et connaissances qu'il accumule, reprend, restitue ou évoque chaque fois que de besoin ou si la demande lui en est faite)

Notre système éducatif a connu plusieurs réformes que ce soit au niveau des structures et les organigrammes on au niveau des contenus et programmes ou au niveau des approches.

La réforme actuelle, issue de la charte nationale d'éducation et de formation et des constats et rapports du CSEFRS (conseil supérieur de l'éducation, de la formation et de la recherche scientifique), se fonde sur une approche se cartérisant par la globalité, l'intégration, la complémentarité et la cohérence entre les différentes composantes du systèmes éducatif ; elle se base aussi sur **l'éducation aux valeurs et le développenment des compétences** [2] en tant que fondement stratégique qui considère l'apprenant comme centre d'attention et d'intérêt dans toutes les activités pédagogiques qui sont élaborées en conjonction avec l'élève en qualité d'acteur principal central dans l'action d'apprentissage ; ce qui ouvre la voie à l'acquisition des valeurs et des savoirs assurant à sa préparation à la vie et l'oriente vers l'autro-apprentissage pour parvenir à la maîtrise et la perfection.

---

[1] الدريج ، محمد ; التدريس الهادف ، مطبعة النجاح ; صفحة 91 ; الدار البيضاء 1990

[2] Voir à cet égard le rapport 17 / 1 du CSEFRS : Education aux valeurs ; janvier 2017.

1.1. Apport des valeurs

Le curriculum souligne que le système d'éducation et de formation oeuvre par ses divers mécanismes et moyens pour répondre aux besoins de l'apprenant qui consistent à [3] :

- La confiance en soi et l'ouverture sur autrui.
- L'autonomie de pensée et d'action.
- L'interaction positive avec l'environnement social aux différents niveaux.
- L'esprit de responsabilité et de discipline
- Le plein exercice de la citoyenneté et de la démocratie.
- Le recours à la raison tout en faisant preuve de sens critique.
- La productivité et le rendement.
- La valorisation du travail, de l'assiduité, l'enthousiasme et la persévérance.
- L'initiative, l'innovation et la créativité.
- La compétitivité positive.
- La pleine conscience du temps comme valeur essentielle à l'école et dans la vie.
- Respect de l'environnement naturel et comportement positif à l'égard de la culture populaire et le patrimoine culturel et civilisationnel.

1.2. Apport des compétences

* En harmonie avec les valeurs précitées et en réponse aux besoins des apprenants en vue de leur épanouissement personnel et leur intégration et insertion dans toutes ses manifestations, et dans le cadre de l'application du curriculum d'éducation et de formation, ou peut déterminer les compétences devant être acquises et développées comme suit :

*Ainsi les compétences revê un caractère stratégique, communicationnel, métrologique ou technologique. Le tableau suivant montre comment s'organisent les compétences selon leur caractère.

---

[3] Extrait de : *Document-cadre : Choix et orientations pédagogiques ;* Eliment de la philosophie éducative adoptée ; Ministère de l'éducation nationale ; juin 2000

Requièrent

Compétences stratégiques	• La connaissance de soi et l'expression de soi. • Le positionnement dans l'espace et dans le temps. • Le positionnement par rapport à autrui et par rapport aux institutions sociales (famille, établissement scolaire, société), et l'adaptation avec ces institutions et avec l'environement en général. • L'ajustement des attentes, tendances et comportements individuels selon ce qui est dicté et imposé par l'évolution du savoir, des mentalités et de la société.
Compétences communicationnelles	• La maîtrise de la langue arabe, l'attribution d'une place convenable à la langue amazighe et l'appropriation des langues étrangères. • La maîtrise de toutes les formes de communication aussi bien à l'intérieur, qu'à l'extérieur de l'institution d'apprentissage, dans les différents domaines d'apprentissage des disciplines scolaires. • La maîtrise des différents types de discours (littéraire, scientifique, artistique ...) courants dans l'établissement scolaire, dans la société et l'environnement.
Compétences méthodologiques	• Une méthodologie de pensée et le développement des paliers des capacités mentales. • Une méthodologie de travail en classe et en dehors de la classe. • Une méthodologie d'organisation de soi, de ses affaires, du temps et la gestion de l'auto-formation et des projets personnels.
Compétences culturelles	• Le développement du corpus (patrimoine) culturel de l'apprenant ; l'extension et l'élargissement du cercle de ses sensibilités, conceptions , vision du monde et de la civilisation humaine en harmonie avec l'épanouissement de sa personnalité dans toutes ses facettes ; le renforcement de l'identité nationale comme citoyen et comme individu en cohérence avec soi-même, avec son environnement et avec le monde. • Le développement du patrimoine lié au savoir de façon plus générale.
Compétences techniques	• La capacité d'imaginer, concervoir et de dessiner et représenter une innovation. • L'appropriation des techniques : → d'analyse, d'estimation, d'étalonnage et de mesure. → et des normes de contrôle de qualité ; → liées aux précisions et anticipation. • L'appropriation des moyens de travail nécessaires au développement de ces produits et leurs adaptation avec les besoins nouveaux et les exigences en constante évolution . • L'intégration (au sens de l'intériorisation) de la déontologie des professions et des métiers ; et de la déontologie liée au développement scientifique et technologique en corrélation avec le système des valeurs religieuses et civilisationnelles, des valeurs des droits de l'homme et leurs principes universels.

1.3. Notion de compétence

L'intérêt pour la «compétence» comme apport essentiel, où l'attention est centrée sur la personnalité de l'apprenant afin de le préparer de façon à ce qu'il s'adapte continuellement avec son milieu, renvoie nécessairement à divers concepts étroitement liés qui s'interpénètrent . Parmi ces concepts, le plus couramment usité est celui de «capacité» sur lequel on va mettre l'accent.

1.3.1. *Qu'entend-on par capacité ?*

ROEGIERS considère, que «*la capacité est le pouvoir, l'aptitude à faire quelque chose. C'est une activité que l'on exerce. Identifier, comparer, mémoriser, analyser, synthétiser , classer, sérier, abstraire, observer, … sont des capacités.* » ❹ selon cette définition, les termes tels que «*aptitude*» et «*habileté*» sont des termes proches de celui de capacité. Mais le concept de «*capacité*» est plus général et global que celui d'habileté. A cet égard, ROEGIERS signale que la définition donnée par MEIRIEU mérite de l'intérêt puisqu'elle met en évidence la complémentarité entre la capacité et le contenu : «*Aucune capacité n'existe à l'état pur et toute capacité ne se manifeste qu'à travers la mise en œuvre de contenus*» ❹ La capacité est une activité intellectuelle stabilisée reproductible dans des champs divers de la connaissance » ❺.

Il ressort de la littérature pédagogique, que la capacité ne se manifeste qu'à travers des contenus bien déterminés ; car il n'existe pas de capacité exclusive complétement isolèe d'un contexte.

ROEGIERS propose les caractéristiques principales d'une capacité :

<u>1) Transversalité</u>

La quasi-totalité des capacités sont transversales. Ce qui signifie qu'elles peuvent être investies et mobilisées dans l'ensemble des disciplines quoique à des degrés différents.

<u>2) Évolubilité</u>

La capacité se développe, évolue et peut-être perfectionnée à tous les stades de la vie.

<u>3) Transformation</u>

Cette caractéristique va de pair avec la propriété de transversalité. C'est qu'au contact avec l'environnement, avec des contenus précis, avec d'autres capacités ou des situations déterminées, les capacités se conbinent, et engendrent graduellement d'autres capacités parfois plus opérationnelles et plus avancées. Par exemple, la capacité de déterminer les priorités s'appuie sur des capacités essentielles telles que l'observation, la comparaison, la catégorisation.

❹ ROEGIERS, Xavier. *Savoirs, capacités et compétences à l'école : une quête de sens.*

BIEF. Forum-pédagogies, mars 1999.

❺ MEIRIEU, Philippe. *Apprendre .. oui, mais comment* ? EDF éditeur. Paris, 2016.

4) Non évaluabilité

Cette caractéristique traduit le fait que la capacité ne peut pas être soumise à l'évaluation (ce qui est compatible avec sa transversalité). S'il est possible parfois d'évaluer la mise en oeuvre sur des contenus bien précis et son investissement dans des contextes bien définis, il reste difficile de déterminer, avec clarté, le degré d'appropriation de la capacité dans sa véritable acception [4] .

1.3.2. *Qu'entend-on par compétence ?*

Le terme de *compétence* est polysémique et peut prendre, selon les contextes, des acceptions différentes. Afin de clarifier cette notion de compétence, on peut se référer à des définitions de quelques auteurs : [6]

(1) «*Ensemble de connaissances conceptuelles et de savoir-faire permettent d'accomplir, de façon adaptée, une tâche ou un ensemble de tâches. La compétence est l'habileté acquise, grâce à l'assimilation de connaissances pertinentes et à l'expérience, et qui consiste à circonscrire et à résoudre des problèmes spécifiques* » [7]

(2) «*Aptitude de faire un travail complexe nécessitant la mobilisation d'un ensemble de potentialités et leur emploi avec efficacité*». [8] Les potentialités dont il s'agit ici sont des capacités qui s'exercent et se mobilisent dans des situations déterminées.

(3) *«Savoir-identifier mettant en jeu une ou des capacités dans un champ notionnel ou disciplinaire déterminé, plus précisément identifiée avec un programme de traitement déterminé»* [9]

(4) Chez LE BOTERF, «*La compétence ne réside pas dans les ressources (connaissances, capacités* ...) à mobiliser, *mais dans la mobilisation même de ces ressources. La compétence est de l'ordre du savoir-mobiliser* [10] » .
LE BOTERF considère que « *La compétence constitue »*:

- Un *savoir-mobiliser.* Il ne suffit pas de posséder des connaissances ou des capacités pour être compétent.
Il faut savoir les mettre en œuvre quand il le faut et dans les circonstances appropriées.
- Un *savoir-combiner.* La personne doit savoir sélectionner les éléments nécessaires dans le répertoire des ressources, les organiser et les employer, pour réaliser une activité.
- Un *savoir-transférer.* Toutes compétence est transférable ou adaptable.
- Un *savoir-agir éprouve et reconnu*. La compétence suppose la mise à l'épreuvé de la réalité [11]. En résumé, la compétence signifie bien *se comporter* et s'adapter aux situations ou aux contextes. Pour LE BOTERF, la compétence n'est pas un état ou une connaissance possédée. Elle ne se réduit ni à un savoir, ni à un savoir-faire. Elle n'est pas assimilable à un acquis de formation. Posséder des connaissances ou des capacités ne signifie pas être compétent.

---

[6] https : //www. ac-grenoble.fr. 2019

[7] LEGENDRE, *Renald. Dictionnaire actuel de l'éducation*. Collection Le Défi éducatif. Guérin, 2005.

[8] BISSONNETTE, Steve et RICHARD, Marie. *Comment construire des compétences en classe*. Montréal, 2001.

[9] MEIRIEU, Philippe. *Apprendre …, oui mais comment*. ESF éditeur. Paris, 2016.

[10] LE BOTERF, Guy. *De la compétence, essai sur un attracteur étrange*. Les éditions d'organisation. Paris, 1994.

[11] Ibidem

(5) Voici la définition proposée par BECKERS : La compétence doit être entendue «*comme la capacité d'un sujet à mobiliser, de manière intégrée, des ressources internes (savoirs, savoir-faire et attitudes) et externes pour faire face efficacement à une famille de tâches complexes pour lui »* [12] . Chez CRAHAY , « *la cognition est subordonnée à l'action, elle-même finalisée par un problème à résoudre»* [13] .

(6) « *L'idée de mise en situation est essentielle, et la compétence se manifeste rarement à travers un comptage ou un résultat chiffré, mais plus à travers un jugement global. Ce n'est pas une capacité abstraite , isolée de tout contexte :* ***La compétence est contextualissé et finalisée*** *»* [14] .

(7) Selon B. Ray, *«trois degrés de compétence sonts distingués, dont seuls les deux derniers méritent vraiment d'être appelés «compétence» :*

1. une **compétence élémentaire :** savoir exécuter une opération en réponse à un signal (procédure automatisée, habileté) ;

2. une **compétence avec cadrage :** interpréter une situation inédite et choisir la compétence élémentaire qui convient ;

3. une **compétence complexe :** choisir et combiner plusieurs compétences pour traiter une situation nouvelle et complexe " [15]

(8) DE KETELE considère que « *la compétence est un ensemble ordonné de capacités (activités) qui s'exerce sur des contenus dans une catégorie donnée de situations pour résoudre des problèmes posés par celles-ci, mais il faut d'abord préciser la famille de situations dans lesquelles doit s'exercer la compétence. Il s'agit donc de mobiliser des ressources pertinentes permettant ensuite d'identifier, d'activer et de combiner adéquatement des savoir-faire et des savoir-être dans la perspective d'aboutir à un produit»* [16] .

Pour DE KETELE, «*quelqu'un est compétent quand …*»

- *face à une famille de situations-problèmes ou de tâche complexes,*
- *il est capable de mobiliser un ensemble coordonné de ressources pertinentes,*
- *pour résoudre en contexte ce type de problèmes ou de tâche complexes,*
- en cohérence avec une vision de la *qualité* à obtenir.» [17] .

(9) PERRENOUD propose de *«réserver la notion de compétences à des savoir-faire de haut niveau, qui exigent l'intégration de multiples ressources cognitives dans le traitement de situations complexes.»* [18] .

---

[12] BECKERS, Jacqueline, citée par CRAHAY, Marcel in *Dangers, incertitudes et incomplétudes de la logique de la compétence en éducation.* Revue française de pédagogique, N° 154, janvier 2006 Sèvres , 2006.

[13] Ibidem

[14] RAY, Olivier. *Veille scientifique et technologique* (Institut national de recherche pédagogique). Dossier d'actualité N° 34. Lyon, 2008.

[15] RAY, Bernard;CARETTE, Vincent ; DEFRANCE, Anne ; KAHN, Sabine. *Les compétences à l'école : Apprentissage et évaluation*. De Boeck Education, 2012.

[16] DE KETELE, Jean-Marie et ROEGIERS, Xavier. *Une pédagogique de l'intégration*. De Boek Université. Bruxelles, 2000.

[17] DE KETELE, Jean-Marie. *L'approche par compétences : au-delà du débat d'idées, un besoin et une nécessité d'agir.* Université catholique de Louvain , 2008.

[18] PERRENOUD. Philipe. *Des savoirs aux compétences : de quoi parle-t-on en parlant de compétences.* Université de Genève ; 1995.

(10) La définition de ROEGIERS, reprise par SCALLON, Gérard (2014), est la suivante : «*La compétence est la possibilité, pour un individu, de mobiliser de manière intériorisée un ensemble intégré de ressources en vue de résoudre une famille de situations*».

(11) L'OCDE (Organisation de coopération et de Développement Economiques) avance la définition suivante : «La compétence ne renvoie pas uniquement aux savoirs et savoir-faire, elle implique aussi la capacité à répondre à des exigences complexes et à pouvoir mobiliser et exploiter des ressources psychosociales (dont des savoir-faire et des attitudes) dans un contexte particulier» [19].

1.3.3. *Caractéristiques de la compétence*

Parler de compétence renvoie nécessairement à déterminer ses propriétés caractéristiques ; ce qui permettra sûrement d'élaborer une stratégie pertinente et de mettre en place un projet éducatif efficace.
La consultation de la littérature relative à la compétence permet de dégager les caractéristiques essentielles à travers lesquelles se définit une compétence. ROEGIERS relate les caractéristiques suivantes [20] :

a. Mobilisation d'un ensemble de ressources

La compétence recourt à la mobilisation d'un ensemble de ressources : des connaissances, des savoirs d'expérience, des schèmes, des automatismes, des capacités, des savoir-faire de différents types, etc.
Toutefois, cela ne suffit pas pour distinguer la capacité de la compétence, car cette mobilisation d'un ensemble de ressources, on la retrouve déjà dans certaines capacités assez opérationnelles ? (Ce qui caractérise ces ressources, c'est leur corrélation et intégration et leur contexte qui cohésion leur contexte, leur compatibilité et leur harmonie, NDLR).

b. caractère finalisé

La mobilisation précitée n'est pas fortuite. La compétence est finalisée : elle a une fonction sociale (au sens large du terme) c'est-à-dire «porteur de sens» pour l'élève. Les ressources diverses mobilisées par l'élève visent une production, une action, la résolution d'un problème qui se pose dans sa pratique scolaire ou dans sa vie quotidienne, mais qui, en tout état de cause, présente un caractère significatif pour lui.

c. Liens à une famille de situations

La mobilisation en question se fait à propos d'une famille bien déterminée de situations. Alors que, pour les capacités, on cherche la variété des contenus la plus grande possible afin de développer une capacité donnée, il en va autrement pour une compétence : pour développer une compétence, on va restreindre les situations dans lesquelles l'élève sera appelé à exercer la compétence.

d. Caractère souvent disciplinaire

Cette caractéristique est liée à la précédente. Alors que les capacités ont un caractère de transversalité, les compétences ont souvent un caractère disciplinaire . La compétence est définie à travers une catégorie de situations,

[19] OCDE cité in *contribution des enseignants à l'éducation à la citoyenneté et aux droits de l'homme*. Conseil de l'Europe . Publishing Editions. novembre 2009.

[20] ROEGIERS, Xavier. *Savoirs, capacités et compétences à l'école : une quête de sens*. Forum –pédagogies. mars, 1999.

correspondant à des problèmes spécifiques liés à la discipline, et dès lors directement issues des exigences de la discipline. Il n'en reste pas moins que certaines compétences appartenant à des disciplines différentes sont parfois l'une de l'autre, et sont dès lors transférables.

e. Evaluabilité

La compétence peut se mesurer à la qualité de l'exécution de la tâche, et à la qualité du résultat.

1.3.4. *Définition synthétique*

Après avoir pris connaissance des définitions précédentes, et présenté les caractéristiques de la compétence, on peut déduire une définition qui est, à nos yeux, de nature à cadrer et à opérationnaliser l'action didactique dans le cadre d'une approche par compétences :

La compétence est la possibilité de l'action efficace dans une classe de situations, et ce par la mobilisation d'un ensemble de ressources cognitives et méthodologiques qui ont été acquises via l'apprentissage et l'expérience.

1.3.5. *Développement de la compétence-Situations d'intégration*

Le développement de la compétence et son perfectionnement s'appuient sur la prise en considération de la progressivité pédagogique dans sa programmation, sur la mise en place d'une stratégie pour son acquisition, sur le choix de situations pertinentes conduisant à l'appropriation des connaissances, des habiletés, des attitudes et sur l'entraînement à la compétence et sa rechausse vers le contrôle, la maîtrise et la perfection.

Il a été fait mention, auparavant, d'une catégorie de situations comme caractéristique fondamentale de la compétence. Dans ca cadre, ROEGIERS pose la question sur la nature des situations concernées : En effet les situations d'exploration (prospection) ne constituent pas à elles seules des situations d'apprentissage car l'approche par compétences fait appel à une autre catégorie de situations que l'on dénomme *situations d'intégration* ; ce sont plutôt des situations d'apprentissage de l'intégration. [21]

Ces situations sont considérées comme contexte idéal qui même à l'insertion fonctionnelle et l'harmonie organique entre les différentes composantes et ressources de la compétence.

Si la situation d'intégration est le couronnement de plusieurs apprentissages graduels, sa spécificité réside dans son applicabilité à exercer la compétence ; elle est plutôt le domaine d'application de la compétence et son champ d'exécution. La stabilisation et la consolidation puis son développement passent impérativement par l'occasion donnée à l'apprenant pour s'entraîner et s'exercer à la compétence. Comme le dit LE BOTERF : « *À la différence de la pile bien connue, la compétence ne s'use que si on ne l'utilise pas* » [22].

Ainsi, la situation d'intégration est le lieu où l'élève est invité à exercer sa compétence.

Ce qui caractérise une situation d'intégration :

- Elle suscite l'intégration des savoirs, savoir-faire, savoir-être (caractère de mobilisation et non de juxtaposition).
- Elle est nouvelle c'est-à-dire mon affrontée auparavant par l'élève (pour ne pas se retrouver devant une reproduction).

[21] ROEGIERS, Xavier. Savoirs, capacités et compétences à l'école : une quête de sens. Forum-pédagogies. mars, 1999.

[22] LE BOTERF, Guy. *De la compétence, essai sur un attracteur étrange*. Les éditions d'organisation. Paris, 1994.

• Elle est productive c'est-à-dire qu'elle débouche sur une production, écrite ou orale, clairement identifiable.

• Elle donne l'envie à l'apprenant de mobiliser ses ressources, de relever le défi posé perçu par lui et qui est à sa portée (En ce sens, la situation est significative).

1.3.6. *Types de compétence*

Les compétences sont classées selon leurs domaines en deux sortes : les compétences spécifiques et les compétences transversales.

a.Compétences spécifiques

Elles sont liées essentiellement à une discipline scolaire ou à un domaine pédagogique ou cognitif précis. Ces compétences peuvent «servir» à développer d'autres compétences plus générales. Comme exemple de ce type de compétences en mathématiques, on peut citer :

*Effectuer des opérations algébriques ;

*Reconnaître des figures et des solides, les décrire, les différencier, les classer et les construire.

*Lire un graphique, un tableau, un diagramme; représenter des données par un graphique, un diagramme.

b. Compétences transversales

Elles sont liées à des domaines variés, et leur investissement s'étend à d'autres secteurs et contextes différents. Bien entendu, plus les domaines et les situations où s'exerce la compétence sont très étendus, plus le degré de transversalité est très important (Une compétence transversale a un sens plus large que celui de compétence transférable. En effet, une compétence transférable n'est partagée que par un ensemble réduit de domaines).

On peut considérer la compétence transversale comme un ensemble de capacités communes entre plusieurs disciplines et domaines pédagogiques différents, permettant l'acquisition graduelle de l'autonomie ; ce qui garantit l'affrontement de toutes les situations qui se posent.

«Les compétences transversales sont de divers ordres, soulignant ainsi différentes facettes du savoir-agir : facettes intellectuelles, méthodologiques, personnelles, sociales et communicationnelles. Elles sont également complémentaires les unes par rapport aux autres, de sorte que l'activation de l'une d'entre-elles ouvre généralement des passerelles vers les autres. Ainsi *Exploiter l'information* (l'étudier, l'organiser, NDLR) engage généralement à *Exercer son jugement critique* (expliquer, éclaircir en relatant les étapes méthodologiques d'une opération ou expérience, NDLR) ; *Résoudre des problèmes* est facilité par le fait de *Se donner des méthodes* (de travail) *efficaces* ; et *Coopérer* repose sur la capacité à *Communiquer de façon appropriée*. Par ailleurs, il va de soi que les situations d'apprentissage complexes font simultanément appel à plusieurs compétences transversales.» [23]

Les compétences transversales représentent un pilier pour le développement des compétences disciplinaires, notamment en rendant visibles les analogies et les similitudes qu'elles ont entre elles.

Les compétences, dans tout leur aspect et leurs dimensions, favorisent la mobilisation des connaissances, savoirs, habités et ressources pour surmonter avec succès, et efficacité une situation déterminée quelle que soit son degré de

[23] *Programme de formation de l'école québécoise*. Enseignement secondaire, premiers cycle. Bibliothèque nationale du Québec. 2006.

complexité. Leurs applications englobent les situations liées à des domaines et des champs quelconques et même au monde qui nous entoure.

1.4. Compétences en mathématiques

1.4.1. *Introduction*

La charte nationale d'éducation et de formation stipule, dans l'article 68 du levier 4 relatif à l'organisation pédagogique, que parmi les objectifs de l'école collégiale, il y a *«l'appui au développement de l'intelligence formelle des jeunes, notamment par la formulation et la résolution de problèmes, l'exercice mathématique, la simulation de cas.»* [24].

«L'exercice mathématique (au sens de la pratique) contribue à mettre l'apprenant devant des défis favorisant l'élargissement de ses perceptions et le développement de ses capacités et à l'inciter à l'intégration et l'insertion dans la vie active et à le qualifier afin d'acquérir des habiletés et des aptitudes pour affronter des attitudes et problèmes inattendus ou inopinés» [25].

On peut considérer la mathématique comme science et langage universel permettant d'appréhender la réalité ; elle contribue dans une large mesure au développement intellectuel de l'individu et concourt à structurer son identité.«La maitrise constitue un atout majeur pour s'intégrer dans la société … La diversité des situations que la mathématique aborde ou à partir desquelles elle dégage ses structures donne un aperçu de l'envergure des liens qu'elle entretient avec les autres domaines d'apprentissage …L'enseignement de la mathématique est axé sur le développement de trois compétences intimement liées :

*Résoudre une situation-problème ;

*Déployer un raisonnement mathématique ;

*Communiquer à l'aide du langage mathématique » [26].

En mathématiques, «deux types de compétences sont à développer (selon l'administration générale de l'enseignement et de la recherche scientifique de la Belgique) : des compétences générales et des compétences relatives à la maîtrise d'outils et de démarche mathématiques. Mais c'est par la résolution de problèmes que l'élève développe des aptitudes mathématiques, acquiert des connaissances profondes et se forge une personnalité confiante et active. Quatre grandes compétences transversales interagissent dans la résolution de problèmes :

*Analyser et comprendre un message.

*Résoudre, raisonner et argumenter.

*Appliquer et généraliser.

*Structurer et synthétiser « [27].

---

[24] *Charte Nationale d'Education et de Formation* Janvier 2000

[25] CASTEL NUOVO, Emma et BARRA, Mario. *Mathématiques dans la réalité*. CEDIC, 1996

[26] *Programme de formation de l'école québécoise.* Bibliothèque nationale de Québec-2006.

[27] *Socles de compétences.* Enseignement et recherche scientifique. Fédération de Wallonie-Bruxelles. enseignement.be 2014

Selon le rapport d'évaluation OCDE/PISA (OCDE : organisation de coopération et de développement économiques ; PISA (Programme international pour le suivi des acquis des élèves), les huit compétences générales considérées sont énoncées en termes de capacités :

*Capacité de pensée mathématique ;

- Capacité d'argumentation mathématique ;
- Capacité de modélisation mathématique ;
- Capacité de poser et résoudre des problèmes,
- Capacité de représentation ;
- Capacité symbolique, formelle et technique ;
- Capacité de communiquer ;
- Capacité de manier les outils et les instruments

On peut noter que chacune des huit compétences précitées désigne soit une attitude, soit un savoir-agir correspondant à la conception de LE BOTERF. Certains systèmes pédagogiques décrivent et détaillent six compétences : chercher, modéliser, représenter, calculer, raisonner et communiquer.

Quoi qu'il en soit, l'approche pédagogique appropriée est celle qui favorise l'élaboration d'activités d'enseignement-apprentissage faisant appel aux compétences, et accorde une attention particulière à assister les élèves pour qu'ils puissent donner une signification à leurs apprentissages, et ce en les reliant directement de façon claire à des contextes d'utilisation variées.

MAHOUX avance que, pour que l'enseignement de mathématique soit un support des compétences, il faut qu'il [28] :

- incite l'enthousiasme et stimule la curiosité en proposant, au cycle collégial, des situations appelant l'activité de tous les apprenants et suscitant leur intérêt et préoccupation ;
- interfère et croise l'intérêt des jeunes pour tout ce qui est nouveau, et ce en proposant une présentation vivante et vivifiée des contenus, comme pour l'arithmétique et les catégories de nombres «spéciaux» (négatifs par exemple), pour l'idée d'intérêt pratique en application de la notion de proportion fort importante, pour l'utilisation des calculatrices et des logiciels informatiques, pour la construction des solides dans l'espace et les figures géométriques planes et l'indentification de leurs propriétés et leur comparaison ;
- s'appuie sur des supports pratiques : les modèles traités et les scénarios qui illustrent et expliquent des concepts précis ;
- investit des représentations visuelles des concepts ; ce qui contribue à l'élaboration de conceptions et de représentations mentales de la droite numérique, du quadrillage, des tableaux de nombres, des dessins graphiques … ;
- offre l'occasion de relever des défis et développe ainsi la confiance en soi et la capacité de penser et la méditation et la réflexion personnelle ;
- retient l'attention et attire l'enthousiasme, et ce en valorisant, à chaque étape, la participation des élèves ; ce qui suppose parfois que l'on procède à des tentatives ou des tâtonnements fructueux tout en exploitant les erreurs et les bévues …

1.4.2. Aspects des compétences à développer

*Le programme de mathématiques de la troisième année de l'enseignement secondaire collégial, vise à développer

[28] MAHOUX ; Philipe. *Socles de compétences*. Bruxelles, 1994. Pages 126-133.

des compétences spécifiques dans les domaines du calcul numérique, de la géométrie et des activités graphiques et statistiques :

a. Dans le domaine du calcul numérique :

* Maîtrise des techniques du calcul numérique sur des expressions algébriques, littérales ou numériques (appropriation des quatre opérations sur les nombres ; utilisation des techniques de développement et de factorisation, utilisation des propriétés des racines carrées et des puissances).
* Résolution des équations, inéquations et systèmes ; et leurs investissement dans la résolution de problèmes.
* Maîtrise de l'ordre, de l'encadrement et de l'approximation ; et leur utilisation dans la résolution de problèmes.

b. Dans de domaine de la géométrie

*Reconnaître et utiliser des propriétés et des relations sur les figures géométriques principales (connaître et utiliser le théorème de Thalès ; connaître et utiliser le théorème de Pythagore ; utiliser les angles inscrits et au centre dans un cercle ; utiliser les cas de similitude …).
*Reconnaître et utiliser quelque transformation du plan (reconnaître la translation, la symétrie axiale, la symétrie centrale) dans la résolution de problèmes.
*Reconnaître les figures géométriques du plan et de l'espace, les décrire, déterminer les propriétés de leurs éléments caractéristiques et maîtriser l'utilisation des outils géométriques pour les construire.
*Calculer les longueurs les aires et les volumes.
*Reconnaître et utiliser quelques notions de la géométrique analytique (repère ; coordonnées ; équation d'une droite ; position relative de deux droites dans le plan analytiquement).

c. Dans le domaine des activités graphiques et statistiques

*Maîtrise de la construction des graphiques, leur lecture et leur interprétation (rassembler des données ; les organiser dans des tableaux et les représenter : extraire des résultats numériques par la lecture dans des graphiques ; reconnaître et utiliser les caractéristiques statistiques dans l'interprétation)
*Reconnaître et utiliser les fonctions linéaires et affines.

◉ Dans la perspective de réaliser les compétences spécifiques, dans le domaine scolaire et au niveau de l'apprentissage à travers des situations et des questions problématiques, l'exercice des mathématiques est de nature à contribuer au développement des compétences fondamentales relatées auparavant et qui ont été tirées des cinq catégories formulées dans le document des orientations et des choix pédagogiques.

La lecture de curriculum de mathématiques dévoile que l'élaboration et la réalisation des compétences cognitives et autres (transversales ou spécifiques) réside dans :

- L'acquisition des concepts, des connaissances, des techniques, des outils et des procédures.
- Le développement des aptitudes et l'enrichissement des habiletés dans les domaines de la recherche, l'observation, l'abstraction et le raisonnement.
- L'acquisition de la méthodologie de pensée (développement des niveaux de la réflexion) et celle du travail et de l'organisation.
- Le développement de la précision et de la clarté dans l'expression ; la communication à travers le langage, les symboles, les figures géométriques et les graphiques.
- L'utilisation des notions mathématiques et leur investissement dans d'autres disciplines scolaires ou dans la

réalité environnante.

- Le développement des capacités d'analyse, de synthèse et d'estimation.
- L'acquisition de la méthodologie de mathématisation des situations et de traitement des problèmes, la présentation des justifications pour prouver, nier ou vérifier, et pour énoncer des conjectures.

⦿ Un examen minutieux des capacités à développer via les contenus mathématiques, permet de discerner un ensemble d'attitudes et de comportements attendus dans les domaines cognitifs et intellectuels, qui sont les suivants :

1) Dans les domaines cognitifs mathématiques :

**** Connaissance des situations et des procédures :***

- Connaître les situations relatives au calcul et effectuer des opérations ;
- Connaître les concepts et les termes conventionnels du calcul ;
- Utiliser les outils mathématiques et les outils de mesure et de construction.

**** Utilisation des concepts :***

- Connaître et reconnaître les situations où les concepts sont utilisés ;
- Classer ;
- Représenter ;
- Formuler ;
- Symboliser ;

**** Résolution de problèmes :***

- Choisir la méthode ou la stratégie ;
- Etablir un schéma on adopter un modèle approprié ;
- Interpréter les modèles mathématique disponibles ;
- Appliquer la connaissance aux faits réels, aux procédures et concepts ;
- Vérifier et s'assurer de la validité et la véracité des solutions ; contrôler leur adéquation au problème posé.

**** Communication :***

- Transmettre et communiquer les idées et les procédures à travers la langue ou en utilisant des symboles ou codes.
- Dresser des dessins graphiques et des configurations pour réaliser (voire personnaliser) des idées, des règles ou des lois qui régissent des phénomènes ou des processus mathématiques..

2) Dans les domaines intellectuels mathématiques :

c'est-à-dire les domaines liés au raisonnement, à la déduction, à la preuve et à l'induction …. :

- L'hypothèse
- La conjecture
- La prévision (à travers l'examen de modèles et la discussion d'idées et de propositions) ;
- L'analyse (lorsqu'on essaie de déterminer des relations entre des variables dans des situations mathématiques) ;
- L'évaluation (lors de la discussion et de l'appréciation d'une idée mathématique, d'une stratégie, d'une méthode ou d'une preuve …).
- La généralisation d'un résultat à d'autres circonstances et à d'autres contextes autorisant une application plus élargie et plus générale ;
- La synthèse et l'intégration (d'éléments, de procédures, de concepts ou de résultats mathématiques disparates pour parvenir à d'autres résultats) ;
- La démonstration et la justification de la preuve de la validité d'un travail ou d'un fait étant donnés les résultats

ou les propriétés mathématiques.

⦿ A cet égard, MAHOUX tend à catégoriser les compétences en mathématiques en cinq types qui s'organisent selon les axes suivantes : [29].

1) Compréhension d'un message :

La compréhension d'un «discours» ou d'un message repose sur la disposition à s'engager dans une question déterminée, qu'elle soit écrite ou verbale, à prendre le temps nécessaire et suffisant pour la circonscrire avant d'entreprendre de l'aborder pour l'accompli ou la résoudre.

Dans cette catégorie de compétences figurent :

- L'extraction d'une information utile dans le traitement d'une question.
- La lecture d'un graphique et l'indentification des grandeurs corrélées et des échelles adoptées ou utilisées …

2) Raisonnement :

L'argumentation est considérée comme partie fondamentale de l'exercice (pratique d'entraînement) mathématique. L'acquisition de cette compétence implique l'autonomie de pensée, le positionnement des idées personnelles vis-à-vis des idées des autres. Cette catégorie de compétences est développée, par exemple, à travers :

- La discussion des hypothèses, l'abandon des données superflues et la réduction du problème ;
- Le «questionnement» d'une propriété en vue de la prouver ou la généraliser ;
- La construction d'un dessin dans un cas particulier, dans un cas de figure différente ou lors du changement d'une donnée.
- La conjecture d'un énoncé (proposition) mathématique, la démonstration de la propriété dégagée ou son exécution ….

3) Communication :

La communication est une condition nécessaire à la motivation et à l'entretien de relations avec le savoir. Par ailleurs la maîtrise des outils de communication est de nature à intégrer la pensée de l'apprenant au sein du groupe-classe. Parmi les aspects de cette catégorie, on peut citer :

- L'exposé des résultats d'un travail et les étapes de son accomplissement.
- La rédaction et la formulation des conclusions enregistrées.

4) Application :

Le sens auquel tend MAHOUX ne se limite pas seulement à l'application directe, mais le dépasse pour atteindre le transfert de connaissances et de méthodes et leur extension à d'autres domaines.

5) Synthèse :

Parmi les compétences de synthèse, rappelons :

- Identifier une propriété qui implique d'autres propositions ;
- Reconnaître une propriété comm une unifiée entre plusieurs situations différentes ;
- Trouver des relations structuelles entre plusieurs énoncés.

[29] MAHOUX, Philippe. *Socles de compétences*. Bruxelles. 1994. Pages 126-133.

Chapitre II

II. CADRE PÉDAGOGIQUE ET DIDACTIQUE

2 .CADRE PEDAGOGIQUE ET METHODOLOGIQUE

2.1. Fondements pédagogiques de l'enseignement et de l'apprentissage

- 2.1.1. Fondement psychologique
- 2.1.2. Fondement épistémologique
- 2.1.3. Fondement socio-culturel

2.2. Apprentissage des mathématiques

2.3. L'erreur et l'apprentissage des mathématiques

2.4. Théorie des situations didactiques

- 2.4.1. Activité mathématique/situation-problème
- 2.4.2. Contrat didactique
- 2.4.3. Variables didactiques

2.5. Enseignement par activités

2.6. Résolution de problèmes-Raisonnement-Preuves.

- 2.6.1. L'approche de la résolution de problèmes dans l'enseignement
- 2.6.2. Raisonnement et preuves
- 2.6.3. Pratique du raisonnement

2.7. L'animation

2.8. Evaluation et soutien

- 2.8.1. Evalution pédagogique
- 2.8.2. Evalution des compétences en mathématiques
- 2.8.3. Soutien et remédiation pédagogiques

2.9. Matériel didactique

2 . CADRE PEDAGOGIQUE ET METHODOLOGIQUE

2.1. Fondements pédagogiques de l’enseignement et de l’apprentissage

L’acte d’enseignement s’emploie à fournir les conditions favorables à l’accès au savoir et à son acquisition par l’apprenant.

L’apprentissage est réalisée, en tant qu’activité humaine, à travers l’interaction de l’individu avec son environnement et ce que le milieu environnement procure comme conditions objectives. L’apprentissage se produit par le biais de ce que l’apprenant acquiert comme connaissances, habiletés, compétences, attitudes et modes de pensée, et à travers ce qu’il déploie comme efforts envers le sujet de l’apprentissage. [30]

Cette façon de voir part de l’idée dont le fondement est que l’apprenant est au centre de l’acte éducatif, et que par conséquent it est impératif de prendre en considération ses besoins de développement en tant qu’être humain et en tant que citoyen sans oublier un ensemble d'éléments qui ont un rapport avec le curriculum spécifique à la matière enseignée (les mathématiques, par exemple) et sans omettre la structure, la logique et les aspects de ces éléments qui peuvent influer sur le développement de l’esprit scientifique ; ce qui représente la dimension épistémologique de l’apprentissage.

D’autre part, on trouve des composants ayant trait à la personne en situation d’apprentissage ; ce sont des questions à deux aspects l’un psychologique et l’autre socio-culturelle.

En résumé, l’opération enseignement-apprentissage s’appuie sur les données psychologiques de la croissance et du développement de la personnalité de l’apprenant, sur les concepts épistémologiques , et sur les caractéristiques socio-culturelles, et ce afin de les investir et les exploiter pour développer les compétences, les activer, et les renforcer.

A cet égard, le choix des situations appropriées, la préparation d’activités correspondantes et la définition des critères de mise en œuvre au niveau des procédures et des pratiques, tout cela se base sur des fondements psycho-socio-culturels qui sont nécessairement en étroite corrélation entre-elles de telle sorte que l’on ne peut pas tenir compte des éléments d’un fondement indépendamment des composants d’un autre fondement.

2.1.1. *Fondement psychologique*

La psychologie s’occupe de l’étude du corpus des connaissances et sur les faits psychiques, des comportements et des processus mentaux [31]. Son sujet d’étude concerne les petits et les grands, les individus et les groupes. Le domaine pédagogique est l’un des principaux champs d’application des résultats des travaux en psychologie qui sont exploités en vue de créer des facteurs de motivation, de volonté et de goût pour l’apprentissage et l’accès au savoir. Chaque apprenant a ses préférences et ses penchants personnels ; et la prise en considération des tendances des

[30] INHELDER, Bärbel ; ***Apprentissage et structure de la connaissance*** ; P.U.F ; Paris, 1974 in

سلسلة التكوين التربوي : **التعليم والأساليب المعرفية وبيداغوجيا الدعم** ؛ العدد 6 ؛ مؤلف جماعي ؛ مطبعة النجاح الجديدة ؛ الدار البيضاء 1994.

[31] https://fr.m.wikipedia.org-2019

apprenants est le point de départ dans le choix d'activités pertinentes et motivantes qui contribuent à :

- Permettre l'engagement effectif efficient dans l'apprentissage ; ouvrir de voie de la communication et de l'interaction sociale ; ce qui conduit à l'enrichissement de la personnalité de l'apprenant à travers le fait de bien profiter des expériences de ses camarades ; et facilite ainsi l'intégration sociale progressivement ;
- Développer l'aptitude du contact et du respect d'autrui ; ce qui permet de parvenir à développer les valeurs sociales, l'estime l'estime mutuel, la critique constructive et l'autocritique ;
- Encourage l'autoformation afin d'acquérir l'autonomie dans la pencée, la confiance en soi et l'organisation des affaires personnelles ;
- Améliorer le discernement de l'apprenant, rechausser sa lucidité de l'intelligence personnifiée à l'abstraction, et son comportement de l'imitation à la création …

2.1.2. *Fondament épistémologique*

Toute activité liée à l'enseignement ou à l'apprentissage d'un savoir déterminé, s'effectue en se référant à l'enseignant ou l'apprenant au regard de la nature, la structure et l'histoire de l'institution scolaire. Ce «patrimoine» (qui est généralement implicite même de façon partielle) oriente les apprenants dans leurs représentations autour du savoir et de sa valeur.

Ainsi, chaque apprenant a ses représentations et ses conceptions ; et il est impératif de faire appel à ces procédures mentales avec tout ce qu'elles peuvent comporter comme obstacles épistémologiques (erreurs, difficultés, confusions, ambiguïtés, inaptitudes..). Ces procédures autorisent la construction des apprentissages et leur investissement dans la résolution de problèmes où :

- L'erreur est considérée comme condition parmi les critères de l'apprentissage ; l'erreur est décelée, rectifiée et corrigée de la part l'apprenant.
- L'apprenant se consacre au sujet de l'apprentissage sur la base de l'expérience et non sur la base du conditionnement ou de l'analogie.
- On effectue le passage des concepts de la phase de mémorisation et le recours à la mémoire, à la phase de l'investissement dans l'affrontement des situations et leur dépassement ou résolution.

L'importance de la dimension épistémologique de l'apprentissage réside dans le fait que celui-ci explore les pistes de l'évolution du savoir à travers l'histoire et met en lumière les obstacles rencontrés au cours de cette progression. Il examine aussi la correspondance entre les problèmes de l'apprentissage et ceux que l'histoire des sciences a connu.

Il convient de souligner qu'en dépit de la pertinence ou l'impertinence du choix épistémologique de l'apprenant, l'essentiel est d'œuvrer pour clarifier la relation entre l'apprenant et le savoir, et de rendre cette relation plus mûre, et ce en lui adressant une critique positive et en proposant les différentes options possibles.

2.1.3. *Fondement socio-culturel*

Le discours scientifique se caractérise par un ensemble de propriétés qui se résument dans sa prise en considération de ce qui suit :

- La possibilité de l'évolution du savoir selon l'évolution des avis des instances scientifiques pour une période déterminée.
- Existence de critères autorisant ces instances à juger du degré de scientificité d'un discours déterminé.

Ainsi, comme on constate que le savoir scientifique porte les empreintes dominantes de chaque époque outre le fait qu'il (le savoir) est lié à un jugement social, la construction des apprentissages, chez chaque individu au sein d'une classe, est soumise aussi à des conditions où la dimension socio-culturelle est non négligeable.

Dans cette perspective, il est nécessaire de prendre en considération les spécificités de la société et de rattacher les situations et les activités aux données sociales, économiques et culturelles du milieu environnant ; il est aussi fort utile d'investir les apprentissages dans le développement en fonction des capacités d'évolution et de maturité des apprenants. Ainsi, l'ouverture de l'école sur son milieu et l'établissement d'un dialogue et d'une communication positive bilatérale (entre l'école et son milieu) assure le passage de l'apprenant de la situation de consommation à celle de production.

2.2. Apprentissage des mathématiques

Les mathématiques adoptent principalement l'approche déductive dans laquelle la conclusion passe de l'ensemble à la partie, et de la règle à l'exemple.

Cette approche commence par un énoncé général, ou une hypothèse spécifique, puis on étudie la possibilité d'arriver à un résultat spécifique ; elle utilise ainsi l'idée d'observer des preuves afin d'assurer l'exactitude des théories [32].

C'est pourquoi, l'apprenant du cycle collégial se retrouve le plus souvent dans un monde de choses abstraites qui n'ont de lien avec l'expérience qu'à travers d'autres conceptions.

Comme le raisonnement déductif exige la compréhension et l'assimilation de données générales, il convient alors de tenir compte du niveau de développement intellectuel de l'apprenant à cette étape. Les études de psychologie développementale chez Piaget ont révélé que la construction des structures logiques de la pensée chez l'enfant et l'adolescent se poursuit jusqu'à l'âge de quinze ans ; il est caractérisé par une forme de pensée liée à la construction des opérations formelles et à l'utilisation de la pensée hypothético-déductive c'est-à-dire que l'adolescent est capable d'émettre des hypothèses, d'en tirer des conclusions, de faire des plans d'actions, de tenir compte de plusieurs variables. L'abstraction et la mentalisation permettent une pluralité de stratégies opératoires [33].

Il serait utile de souligner ici qu'il incombe à l'enseignant de se rappeler que la question de l'acquisition cognitive est intimement liée aux capacités et aux tendances des apprenants ; elle est aussi liée à l'ensemble des idées et des connaissances et croyances acquises à l'intérieur ou à l'extérieur du domaine scolaire, c'est-à-dire des représentations. Prendre ces facteurs en compte permet de mettre en évidence les difficultés qui peuvent entraver le déroulement de la leçon en classe et empêcher par suite la réalisation des objectifs de l'opération enseignement-apprentissage ;

[32] https://www.bts.academy. com ; 2019

[33] https:// fr.m.wikipedia.org ; 2019..

ce qui a des conséquences négatives sur le développement des compétences ciblées par cette opération.

Les études [34] qui ont examiné le sujet des «représentations», ont montré que ces dernières sont caractérisées par une certaine stabilité d'une situation à une autre.

Les principaux résultats de ces travaux peuvent se résumer dans les considérations suivantes :

- L'environnement socio-culturel influe sur l'élaboration des représentations.
- Les conceptions scientifiques ne peuvent pas supplanter les représentations incorrectes.
- L'enseignement des concepts scientifiques ne garantit pas la construction d'une conception scientifique chez l'apprenant.

En se basant sur ce qui précède, l'enseignant est invité à investir les représentations des élèves et à éviter de les négliger ; et ce en veillant à partir, dans l'apprentissage des mathématiques, de situations familières ou courantes chez l'apprenant et qui lui permettent de construire les concepts et les notions ou tout ou moins de rapprocher leurs aspects en vue d'acquérir les stratégies de la pensée mathématique.

Ce qui caractérise cet apprentissage, c'est le fait qu'il est centré de façon intégrale sur ce qui suit [35] :

1) Consolider, maintenir et rehausser les pré-requis (connaissances, savoirs, compétences maîtrisés par l'apprenant, issus de l'expérience scolaire et sociale) à travers la compréhension, le perfectionnement et la maîtrise des opérations sur les nombres réels et l'exploitation des outils géométriques et leur bon investissement de façon pertinente et adéquate.

2) Développer la clarté, an niveau de la réflexion et la pensée, et la confiance au niveau du jugement ; habituer et entraîner progressivement au raisonnement déductif, à la précision logique, à l'élaboration d'une série de déductions (conséquences), à déceler les lacunes et les insuffisances dans un raisonnement quelconque, à s'exercer à la critique constructive et l'orienter vers la connaissance des limites du raisonnement inductif [36].

3) Remforcer la capacité de l'imagination et de la conception [37].

4) Développer la capacité à prendre l'initiative, s'habituer à la déduction et la généralisation et à trouver des exemples d'illustration des propriétés et des contre-exemples pour nier des propositions et s'entraîner à formuler des propositions et s'entraîner à formuler des conjectures.

5) Représenter des entités concrètes de façon palpable au moyen de dessins graphiques, de figures, de schémas, de diagrammes et de tableaux en vue de développer la capacité d'abstraction [38].

6) Développer la capacité de l'expression orale et écrite un utilisant les symboles identifiant les objets et les relations en utilisant des termes simples dans un langage soigné que ce soit pour décrire une figure géométrique

---

[34] Plusieurs recherches ont été menées depuis des décennies dans beaucoup de pays. Il existe des études de ce genre, effectuées aux niveau national ; en particulier dans les centres de formation des cadres de l'enseignement.

[35] D'après le livret des *«Programmes et consignes pédagogiques pour l'enseignement des mathématiques au second cycle de l'enseignement fondamental»* ; ministère de l'éducation nationale ; 1991.

[36] GASQUET, Sylviane ; *Apprivoiser les maths* ; Syros ; l'école des parents ; 1989.

[37] GÉNINET, Armelle ; *La gestion mentale en mathématiques* ; Retz ; 1993.

[38] BROUSSEAU, Guy ; *Théorisation des phénomènes d'enseignement des mathématiques* ; Université de Bordeaux, 1986

complexe ou pour formuler une définition, une hypothèse, une propriété ou une conjecture ou pour exposer une preuve [39].

Ainsi, à travers l'apprentissage, l'apprenant acquiert, au moyen de l'apprentissage des mathématiques, les connaissances, les aptitudes, les savoir-faire et les valeurs humaines ; ce qui crée , chez lui, une attitude de pensée se caractérisant par l'investigation, l'affrontement des situations nouvelles ou inopinées et le surmontement des exigences de la vie en pleine évolution.

2.3. L'erreur et l'apprentissage des mathématiques

L'erreur n'est pas considérée, en mathématiques, comme une attitude isolée et sans importance. L'erreur reflète certaines conceptions à propos de l'acquisition de la connaissance.

Commettre une erreur résulte de difficultés associés à l'apprentissage des mathématiques ; et il est indéniable que l'analyse des performances des apprenants, leur étude et la détermination de leur nature révèlent les stratégies inhérentes à ces comportements et par voie de conséquence, cela permet de proposer les procédures propres à dépasser les difficultés qui peuvent surgir.

Chez PIAGET, l'erreur conduit l'apprenant à rectifier ses bases cognitives en s'appuyant sur l'élimination des prévisions confuses et à la lumière des résultats, des interrogations, des raisonnements et de procédures il peut découvrir la réponse (qu'il faut) [40].

L'erreur fait partie intégrante de l'apprentissage et n'en est pas une tare ; l'erreur est un moteur dynamique de l'apprentissage. L'erreur permet de détecter les fausses routes en faisant apparaître en même temps de nouvelles avenues [41].

La question, posée par l'apprenant sur la cause de son erreur, est considérée comme une forme importante d'auto-organisation et d'auto-régulation c'est-à-dire une tentative d'adaptation des mécanismes d'assimilation et de compatibilité problématique afin de réaliser l'équilibre [42].

L'erreur nous informe sur les procédures mentales de l'apprenant, et en analysant l'erreur on comprend comment fonctionnent ces procédures ; ce qui contribue à développer les apprentissages. Il va sans dire qu'il est très utile d'exploiter les erreurs de l'apprenant en mettant en oeuvre des moyens de rectification, de correction, d'adaptation et de remédiation ; il est également profitable d'observer et d'examiner les erreurs éventuelles envisageables dans les apprentissages ultérieurs [43].

Les erreurs sont décrites selon leurs causes et leurs origines ; elles peuvent être soit cognitives, soit épistémologiques, soit didactiques, soit ontogéniques (c'est-à-dire qui ont un rapport avec le développement neurophysiolo-

[39] BRUTER, Claude Paul ; *Comprendre les mathématiques, les 10 notions fondamentales,* Edition JACOB, Odile ; Paris ; 1996.

[40] PIAGET, Jean et CHOMSKY, Noam ; *Théories du langage-Théories de l'apprentissage- Débat entre J. PIAGET et N.* CHOMSKY ; Edition du Seuil ; 1982.

[41] https:// lexique.netmath.ca.Scolab 2009

[42] Voir, à cet effet: سلسلة التكوين التربوي ؛ نظريات التعلم، العدد 2 ؛ مؤلف جماعي، مطبعة النجاح الجديدة ؛ البيضاء 1995

[43] ROEGIERS, xacrer ; *Une pédagogique de l'intégration : compétences et intégration des acquis dans l'enseignement* ; De Boeck Université ; Bruxelles ; 2001

gique du sujet). Il est alors indispensable d'éffectuer un diagnostic systématique qui nous permet de déterminer les obstacles de l'apprentissage de façon précise.
A cet effet, ROEGIERS propose de suivre les quatre étapes suivantes : [44]

1) **Identification des erreurs** : A ce niveau, on se bornera à déceler l'erreur.
2) **Leur description :** A cette étape, on peut regrouper des erreurs analogues ou similaires.
3) **Recherche de leurs sources :** Il s'agit de chercher les mécanismes insuffisants chez l'apprenant et d'essayer de trouver les procédures de cette insuffisance.
4) **Elaboration d'un moyen de rectification et de remédiation :** Proposer des stratégies d'ajustement.

Jusqu'à présent, on a parlé de l'erreur et de sa relation avec les difficultés d'apprentissage des mathématiques ; néanmoins la croyance selon laquelle les erreurs révèlent seulement l'ignorance ou la méconnaissance par l'apprenant des contenus des programmes scolaires, est une opinion erronée. Les travaux didactiques sur les conceptions des élèves et autour du mode de raisonnement adopté par eux , ont montré que, quelle que soit la nature de l'erreur, on doit, à priori, utiliser le terme «erreur» avec une certaine réserve.
Ainsi, on ne peut pas parler de l'erreur de façon absolue ; l'erreur constitue l'écart entre la représentation de l'apprenant et des conceptions scientifiques «valables». On doit s'accorder à reconnaître que l'élève vient en classe muni d'un ensemble d'idées et de connaissances acquises auparavant. Comme la construction d'une représentation (procédure, image mentale et concept) chez l'apprenant a une relation avec sa réalité culturelle et sociale, alors cette construction est marquée par une certaine cohérence, abstraction faite de l'existence ou non de crédibilité par rapport à la conception scientifique.
Pour pouvoir réajuster ses démarches d'enseignement, en les reprenant, en comblant les manques qui peuvent surgir ou en envisageant un approfondissement des apprentissages en cours, le professeur doit prendre en compte les difficultés qui peuvent entraver l'avancement de ses élèves afin d'instaurer des séances pour remédier aux erreurs significatives et surmonter les difficultés sous-jacentes à ces erreurs. Concernant les mathématiques, on peut citer les catégories suivantes de difficultés :

1) **Difficultés relatives à la mise en œuvre d'une procédure particulière liée à un savoir mathématique :** trouver le bon encadrement d'un nombre ; déterminer une droite parmi d'autres connaissant le coefficient directeur et la représentation graphique ; déterminer l'expression d'une fonction affine à partir d'un graphique ; …

2) **Difficulté relatives à la mobilisation de savoirs, savoir-faire, démarches liés à un domaine mathématique particulier :** reconnaître et utiliser des inéquations du premier degré à une inconnue ; reconnaître et utiliser un système d'équations à deux inconnues ; lire une figure géométrique ou une représentation graphique ; reconnaître et utiliser le théorème de Pythagore ; reconnaître et utiliser le théorème de Thalès ; …

[44] ROEGIERS, Xavier. *Une pédagogie de l'intégration : Compétences et intégration dans l'enseignement*. De Book Université. Bruxelles, 2001.

3) **Difficultés relatives à la mobilisation de savoirs, démarches liés au croisement de plusieurs domaines mathématiques :** schématiser et formaliser une situation concrète ; utiliser un système de symboles pour lire et écrire un texte mathématique ; passer d'un cadre à un autre ; …

4) **Difficultés relatives à la mobilisation de démarches, d'attitudes, de méthodes, de stratégies non spécifiques aux mathématiques (à caractère transversal) :** organiser les étapes d'un raisonnement ; accepter de chercher même si on ne sait pas faire ; accepter de faire des essais et des tâtonnements ; s'auto-évaluer après avoir réalisé une activité ; lire un énoncé en distinguant les données et la consigne ; reformuler un message.

A la lumière de ce qui précède, l'enseignant est invité à reconnaître l'importance des représentations incorrectes et la nécessité de les explorer et de les relier au sujet de la leçon tout en œuvrant à instaurer une communication ouverte entre les élèves dans la classe voire créer une confrontation des idées, même sujettes à controverse ou de que l'on dénomme le conflit cognitif ; puis adopter les conclusions communes auxquelles ils sont parvenus.

2.4. Théorie des situations didactiques

Si la pédagogie s'occupe des conditions générales de transfert des connaissances et des moyens permettant à l'apprenant d'acquérir ces connaissances, l'action didactique, quant à elle s'intéresse aux spécificités des connaissances enseignées (mathématiques, par exemple) ; elle se penche aussi sur l'étude de la relation entre l'enseignant, l'élève et ces connaissances. Ces trois éléments constituent les trois pôles de la situation didactique.
BROUSSEAU considère que l'aspect fondamental de la situation didactique réside dans la relation interactive et dialectique entre ses trois constituants ; il souligne que la mise en relief et l'élaboration du savoir dépend du degré d'interaction et de compatibilité des trois composants : élève-environnement-savoir [45].
La situation didactique est l'ensemble des relations explicites ou implicites entre les élèves ou une catégorie d'élèves d'une part, entre le milieu environnant qui englobe les outils et les moyens disponibles en second lieu, et entre le système éducatif représenté par le professeur en troisième lieu ; et ce afin que les élèves puissent posséder la connaissance façonnée ou en train de prendre forme.
La stratégie adoptée dépend dans une large mesure de la nature de la situation. Par ailleurs, les procédures de l'apprenant sont fonction aussi de son trait caractéristique. La situation didactique est soit ouverte, soit fermée. Elle est ouverte si elle admet plusieurs méthodes de résolution ; elle est, en revanche, fermée dans le cas où il existe un unique moyen conduisant à la solution.
Cette distinction n'est pas de nature à pousser à chercher les éléments d'un contraste (si contraste il y a). Cette reflète plutôt deux aspects complémentaires du même concept

[45] BROUSSEAU, Guy ; ***Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques : Etudes en didactique des mathématiques ;*** Editeur : Institut de recherche sur l'enseignement des mathématiques ; Bordeaux, 1987.

Il serait donc préférable que le professeur adopte une démarche graduelle pour amener ses élèves vers la solution pertinente relative à la connaissance que l'on veut construire ou enrichir ou élargir/étendre (amener graduellement vers la solution ne signifie pas révéler la solution) ; ce qui, du point de vue de l'apprenant rend la situation ni ouverte, ni fermée ou tout moins la distinction duvient sans intérêt.
Concernant les mécanismes de l'apprentissage, dans le cadre de la théorie des situations didactiques, l'apprentissage s'effectue selon le point de vue constructiviste du savoir. Ce courant de pensée repose sur le principe qui stipule que l'apprenant est capable de construire lui-même le savoir à partir de ses acquis précédents y compris de ses représentations. Par voie de conséquence, les activités d'enseignement et d'apprentissage proposées, conforment à ce modèle, se caractérisent par le fait de partir de situations provenant du milieu vécu de l'apprenant.
A ce titre, les activités accomplies par l'apprenant pour résoudre des problèmes déterminés, sont de nature à le pousser vers une action de recherche favorisant la construction de nouvelles connaissances et le développement de ses compétences méthodologiques.
Dans ce qui suit, on présentera certains concepts qui sont directement liés à la théorie des situations didactiques de façon particulière, et avec la recherche didactique de manière générale.

2.4.1. *Activité mathématique/situation-problème*

L'activité mathématique est l'exercice et la pratique des procédures et techniques acquises et leur investissement afin de produire ou de construire une connaissance nouvelle, et ce par le biais de la situation-problème en tant que pilier essentiel.
Quand on parle de pratique, on entend par là les différentes opérations intellectuelles et autres qui sont liées au problème. Ainsi l'élaboration d'une procédure déterminée, par exemple, nécessite l'accomplissement de diverses opérations pour comprendre la situation, établir une représentation de ladite situation, prendre une décision autour de la stratégie de recherche, vérifier et contrôler la validité des étapes adoptées …tous ces processus mentaux reflètent l'activité et témoignent des ses manifestations. C'est pourquoi, on peut dire que la situation problème est synonyme de l'activité mathématique et s'identifie à elle.
On peut considérer la situation-problème comme étant une situation pédagogique comportant une problématique qui crée un défi chez l'élève et dont l'intention est de pousser l'apprenant à mobiliser ses acquis cognitifs et compétentiels en vue de construire, d'enrichir ou d'élargir le savoir à travers une série d'opérations de recherche. La situation-problème opère à un niveau déterminé afin d'accomplir un acte pédagogique et résoudre une certaine problématique ; dans ce sens, elle constitue un stimulant et un catalyseur d'apprentissage ; c'est aussi un signe très clair de l'activité mathématique.
Les situation-problèmes visent la construction des connaissances et des concepts (définis généralement par le programme). Ce sont des situations non artificielles et non fabriquées ; ce ne soit ni des jeux isolés dissociés de la construction, ni des problèmes ouverts simples destinés à investir une connaissance acquise, ni des travaux dirigés au sens scolaire classique du terme.

Selon Barbin-Charlot, la construction du savoir mathématique suppose le respect des principes fondamentaux suivants : [46].

1) Les contenus mathématiques doivent être significative pour l'élève.

2) L'élève doit être placé et mis en situation d'activité mentale et intellectuelle à l'égard des mathématiques.

3) L'élève maîtrise les termes et le vocabulaire qui interviennent dans le problème.

4) On doit suivre, contrôler et observer les difficultés des élèves et leurs caractéristiques et les prendre en considération.

5) L'enseignement par la situation-problème s'appuie sur la construction d'un champ conceptuel à partir du champ des problèmes.

L'enseignement par situations-problèmes se réfère donc à la fois à des énoncés de problèmes, à des objectifs d'enseignement d'ordre épistémologique et à des choix de pratiques enseignantes d'ordre didactique. Ces trois ingrédients interviennent dans la conception, l'élaboration et l'évaluation des situations-problèmes [47].

Le rôle de l'enseignant, dans la gestion des situations, réside dans sa fonction de guide et d'orientateur de l'apprentissage de telle sorte qu'il ne domine pas l'attitude d'enseignement comme c'est le cas dans la pratique classique d'enseignement. Ce qui exige, de lui un savoir-faire concernant les manières de poser des questions, et l'élaboration d'activités passionnantes, stimulantes et motivantes.

C'est ce qui sera abordé dans l'un des paragraphes ultérieurs.

2.4.2. *Contrat didactique*

Etant donné les caractéristiques de la situation didactique qui s'appuient essentiellement sur l'interaction entre les trois pôles : l'élève, la connaissance et l'enseignant, on peut se poser plusieurs questions parmi lesquelles :

- Comment s'organisent les relations mutuelles entre l'enseignant et l'apprenant en vue de la gestion du savoir ?
- Comment peut-on développer ces relations au cours de l'opération d'enseignement-apprentissage ?

Le contrat didactique, concept introduit par BROUSSEAU, est défini comme étant «l'ensemble des comportements de l'enseignant qui sont attendus de l'élève, et de l'ensemble des comportements de l'élève qui sont attendus de l'enseignant [48] .

Ce contrat didactique décrit les règles implicites ou explicites qui régissent le partage des responsabilités, relativement au savoir mobilisé ou structuré, entre l'enseignant et l'élève. C'est donc une représentation des attendus de part et d'autre. [49]

C'est de contrat didactique qui fournit aux acteurs de la situation didactique, c'est-à-dire l'élève et l'enseignant, des indications de réponse aux deux questions précitées.

[46] BARBIN, Evelyne in *Repères* / IREM ; Topiques éditions ; Pout-à-Morrison ; 1992 ; pages 7.

[47] BARBIN, Evelyne in *L'enseignement des mathématiques par situations-problèmes* ; IREM des Pays de la Loire ; Nantes ; 1991.

[48] BROUSSEAU, Guy ; *Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques.* Recherche en didactique des mathématiques ; La Pensée sauvage ; Grenoble, 1986.

[49] http : //fr.m.wikipedia.org. 2019.

La tâche qui exige de l'enseignant d'établir une organisation minutieuse des situations d'apprentissage avec tout ce que cela comporte comme contraintes didactiques, cette fonction demande aussi une sélection adéquate de la situation-problème qui pousse l'apprenant à se poser des questions et à essayer d'y répondre dans le cadre d'un projet d'apprentissage. Ainsi, au lieu de recevoir des informations toutes prêtes de la part de l'enseignant, l'apprenant les acquiert en les construisant lui-même au moyen de son activité personnelle.
Le choix judicieux de la situation-problème, objet de la leçon, et l'implication des apprenants dans la détermination de ses éléments sont de nature à encourager à l'élaboration d'activités efficaces d'apprentissage et à contribuer aussi à optimiser l'acte d'apprentissage et à le perfectionner.

En résumé, l'adoption d'un enseignement actif permet de s'appuyer sur le principe du contrat didactique, et ce en oeuvrant à :

1) identifier la situation d'enseignement-apprentissage.

2) respect par l'enseignant et les apprenants de l'accomplissement des tâches qui leur sont dévolues dans le cadre de la situation.

3) rationnaliser les opérations effectuées liées à l'apprentissage et les amener à un stade avancé de clarté et de cohésion.

4) vérification et contrôle des résultats de la part des apprenants pour les éduquer à l'auto-apprentissage et l'auto-évaluation.

2.4.3. *Variables didactiques*

Compte tenu du fait que la didactique est l'ensemble des conditions et des relations interactives au sein d'un système reliant l'élève et le milieu scolaire qui comporte le professeur, les moyens d'action et la connaissance devant être a acquise, il est donc naturel que la situation didactique soit affectée par des facteurs variables dont certains dépendent de l'apprenant, ou sont liés au professeur ou à la situation-problème à laquelle l'apprenant est confrontée dans le cadre de la connaissance et dont d'autres sont liés au milieu scolaire. Ces facteurs variables sont connus sous l'appellation «variables didactiques»
«Dans une tâche d'apprentissage, les variables didactiques sont des paramètres qui, lorsqu'on agit sur eux, provoquent des adaptations, des régulations et changements de stratégie. Ces paramètres permettent de simplifier ou de complexifier la tâche et ainsi de faire avancer la «construction» du savoir» [50].
L'importance de ces paramètres (facteurs) réside dans leur influence sur les comportements et les attitudes des apprenants et sur leurs aptitudes envers les situations examinées ; et aussi par leur incidence sur les stratégies de l'enseignant lors de la planification et la gestion de son action pédagogique. Parmi ces variables, on peut citer les plus saillantes d'entre-elles dans le tableau ci-dessous :

[50] https://fr.m.wikipidia.org ; 2019. Voir aussi :

VERGNAUD, Gérard ; *L'enfant, la mathématique et la réalité* ; Peter Long ; Berne, 1981.

Variables liées à l'élève	Variables liées à la situation-problème
Origine et histoire des élèves : ● Critères sociologiques : Sexe ; âge ; milieu socio-culturel de l'apprenant. ● Apprentissages préalables ● Etat psychologique	● Contexte et cadre de la situation-problème. ● Données, termes, vocabulaire et signes conventionnels figurant dans le texte de la situation. ● Formulation (ouverte ou fermée) ● Nature des outils et des moyens disponibles pour le traitement de la situation.

Il convient ici de socligner que l'enseignant peut maîtriser et gérer certaines variables alors qu'il n'a pas de contrôle sur d'autres. Il ne peut pas, par exemple, contrôler les variables liées aux apprenants tels que les prérequis ou les milieux socio-culturels des apprenants tandis qu'il peut contrôler les variables affectant les modes de pensée de ses élèves et celles ayant trait aux méthodes d'enseignement et au choix des moyens et outils appropriés.
Certes, si l'adoption de toute stratégie est corrélée avec ses variables, il appartient au professeur de se référer, dans son choix de la situation, à des conditions critériées qui répondent aux différentes spécificités chez les apprenants ou dans les caractéristiques du milieu et des circonstances environnantes.
Ce qui permet de consolider cette sélection, c'est de considérer les critères qui concernent :

- L'adéquation de la situation avec les possibilités mentales des élèves (rapidité d'assimilation, rythme d'apprentissage …).
- La pertinence et comptabilité des moyens (sont-ils à la portée de tous les élèves ?)
- La clarté des termes et du vocabulaire (langage compréhensible)
- L'absence d'ambiguïté dans les questions (évitement des interprétations non convergentes)
- La référence aux acquis essentiel précédents et nécessaires au traitement de la situation
- La communication dynamique entre les individus du groupe pour estomper les différences personnelles.

D'autres variables didactiques doivent être évoquées lors du traitement des concepts mathématiques ; on peut citer particulièrement :

- Le rôle du concept mathématique dans la situation : Est-ce un outil de résolution de la situation ou une initiative de construction d'un concept ? .
- La multiplicité des solutions possibles de la situation proposée (ouverte ou fermée).
- La diversité des méthodes de résolution de la situation.

Ainsi lorsqu'il s'agit de calculer des longueurs ou d'établir des relations entre les largeurs, l'apprenant peut être confronté à des situations qui-nécessitent l'utilisation des théorèmes de Thalès ou de Pythagore … Par exemple : la démonstration de la véracité de la relation $AB \times AK = AC \times AH$ dans un triangle ABC dont l'angle $\hat{A}$ est obtus, H étant le projeté orthogonal du point B sur (AC) et K le projeté orthogonal de C sur (AB), fait appel à des méthodes variées dans sa résolution telles que le théorème de Pythagore, les triangles semblables ou la trigonométrie.

2.5. Enseignement par activités

L'enseignement par activités s'appuie sur les importants travaux et études de la psychopédagogie cognitive et de la didactique des mathématiques. Il se fonde aussi sur la théorie constructiviste de la connaissance dont on peut résumer quelques-uns de ces postulats ci-dessous : [51]

- L'acquisition des connaissances est synonyme de leur appropriation en commençant par la construction du sens et de la signification. Dans ce contexte, Piaget considère que *«ce qui donne un sens aux concepts et aux théories, ce sont les concepts qui permettent de les résoudre»*
- C'est l'élève qui apprend tout seul on tout au moins contribue dans une large mesure à son apprentissage en faisant appel, pour cela, à ses connaissances précédentes ; et ce en vue d'affronter une situation nouvelle.
- L'activité mathématique, selon Piaget, constitue un maillon important dans le développement des structures mentales de l'apprenant [52].
- Les connaissances ne s'accumulent et ne s'empilent pas les unes sur les autres, mais elles sont interdépendantes, s'enchevêtrent ou plutôt se structurent ; leur structuration résulte de l'alternance entre l'équilibre et le déséquilibre...

La succession des phases de déséquilibre et d'équilibration conduit au réagencement des connaissances de façon effective mais provisoire. Il est incontestable que l'acquisition d'une nouvelle connaissance requiert parfois d'ébranler une connaissance précédente. Bouvier n'a-t-il pas rapporté la citation de Bachelard selon laquelle *«la compréhension contre une connaissance précédente s'acquiert en «détruisant» les connaissances non valable»* [53].

- L'apprenant possède suffisamment d'informations et de représentations qui lui favorisent la construction ; on peut dire que son cerveau n'est pas vide.
- La logique adoptée par l'apprenant ne ressemble pas à celle de la discipline (matière), ni à celle de l'enseignant.

Le professeur est contraint d'enseigner des concepts bien définis. Mais au lieu de veiller à rendre les apprenants de simples récepteurs des informations, l'enseignant est tenu de s'éloigner de son rôle traditionnel comme détenteur et source du savoir. Il doit accomplir une mission plus importante qui consiste à organiser les activités d'apprentissage les plus pertinentes et à sélectionner les situations qui confèrent à l'élève des possibilités plus larges pour l'acquisition des connaissances et le développement des aptitudes et des attitudes escomptées.

2.6. Résolution de problèmes-Raisonnement-Preuve

2.6.1. *L'approche de la résolution de problèmes dans l'enseignement*

La pédagogie de l'apprentissage par résolution de problèmes repose sur les travaux et études de recherche sociologiques et communicationnels autour de l'importance des interactions au sein du groupe (groupe-classe) dans le processus de l'apprentissage. Selon cette visée éducative, l'enseignant passe du rôle central qu'il joue comme dé-

[51] *Repères*-IREM n° 8 ; Topiques éditions ; Pont à Mousson ; 1992 .

[52] PIAGET, Jean ; *Mes idées* ; Denoël-Gonthier ; 1977

[53] BOUVIER, Alain ; *La mystification mathématique* ; Hermann, 1981

tenteur du savoir sur lequel il domine, à un membre du groupe visant à réaliser des objectifs communs, tandis que les élèves deviennent entreprenants, collaborateurs et responsables des ouvrages et opérations qui s'orientent vers la résolution des problèmes posés [54].

L'apprentissage par problèmes mise sur la participation active de l'élève dans le processus d'apprentissage. Les élèves regroupés par équipes, travaillent ensemble à résoudre un problème, généralement proposé par l'enseignant, problème pour lequel ils n'ont reçu aucune information, de façon à faire des apprentissages de contenu et de savoir-faire, à découvrir des notions nouvelles de façon active (l'apprenant s'instruit lui-même) en étant poussé par les nécessités du problème soumis. [55].

Qu'il s'agisse de situations habituelles familières ou caractérisées par la nouveauté, le processus poursuivi dans le cadre de la résolution de problèmes, pour produire une connaissance déterminée ou pour trouver une réponse à un problème précis, est basé sur les considérations suivantes :

1) L'affrontement d'une situation problématique permet aux apprenants de ressentir l'existence d'un problème et de le déterminer : Position et formulation du problème.

2) L'investissement des connaissances, des expériences des aptitudes acquises, la réflexion pour trouver les solutions au problème et la présentation de réponses temporaires à travers la proposition d'hypothèses (simples)

3) Exprimer les conceptions, vérifier les hypothèses ; et ce à la lumière des réponses et leur comparaison l'une vis-à-vis de l'autre et effectuer les expériences nécessaires.

4) (Ainsi) les apprenants parviennent aux résultats et s'accordent entre eux autour de la solution au problème.

La résolution de problèmes, comme stratégie pédagogique, prend un sens différent des orientions pédagogiques qui se fondent sur l'intervention directe pour diriger l'acte d'apprentissage, que ce soit de la part de l'enseignant ou à travers les connaissances toutes prêtes présentées par les manuel scolaires.

En conséquence, la préparation de la leçon, en vertu de la pédagogie de la résolution de problèmes, se fonde sur deux principes importants, à savoir :

1) L'enseignant ne planifie pas toutes les actions et activités car cela est subordonné à l'instant pendant lequel les élèves interagissent avec le problème. Cela ne signifie pas pour autant que l'enseignant ne trace pas les grandes lignes de ses activités et celles des apprenants.

2) La teneur de la préparation ne met pas l'accent uniquement sur les contenus mais se concentre aussi sur les situations conçues par l'enseignant sur le plan du mode d'accomplissement et de l'objectif visé par ces situations.

L'adoption de la notion de situation didactique, dans le cadre du modèle constructiviste de l'apprentissage, implique que l'enseignant définit des objectifs qui traduisent les connaissances, les aptitudes et les attitudes auxquelles les apprenant vont parvenir, et ce en harmonie avec ce qui est planifié au niveau des programmes scolaires

[54] انظر في هذا الصدد : سلسلة علوم التربية، درسنا اليوم ... ! من بيداغوجيا الأهداف إلى بيداغوجيا حل المكشلات
إعداده، إنجازه، تقييمه، مؤلف جماعي، مطبعة النجاح الجديدة : الدار البيضاء : نونبر 1991

[55] https://fr.m.wikipedia.org

et des décisions.
L'enseignant passe ensuite à la réflexion sur la situation à laquelle les élèves seront confrontés dans la classe et les contraintes qu'elle va poser ; ce qui signifie la réflexion sur ce que doit faire l'enseignant et sur ce que feront les élèves comme activités.
Cette orientation dans l'enseignement se consacre à l'activité de l'apprenant dans la construction du savoir à partir d'une situation-problème qui traite un sujet déterminé du programme scolaire, et ce en faisant appel à son effort personnel d'auto-apprentissage mais aussi en se référant à l'esprit critique, de découverte et de coopération.
L'approche par résolution de problèmes et le modèle de l'apprentissage actif se complètent considérablement lorsqu'ils respectent les étapes de la recherche de la solution à un problème qui débouche sur des résultats que l'on classe, assemble et installe pour reconstruire le savoir.
La manière d'aborder la résolution d'un problème par les élèves a constitué un sujet riche pour de nombreux travaux de recherche en didactique des mathématiques ; leurs résultats ont révélé que les apprenants procèdent sans intention préalable et trouvent souvent d'énormes difficultés à préciser le point de départ de la recherche d'une solution à un problème donné. Dans ce domaine, Polya [56], considéré comme pionnier, est le créateur de l'heuristique moderne dont le sujet est la résolution de problèmes en mathématiques. Polya a identifié les quates principes élémentaires à respecter pour se donner un maximum de chances de résoudre un problème posé :

1) ***Comprendre le problème :*** En premier lieu, il faut comprendre l'énoncé, maîtriser la signification de toutes les parties du problème et se poser certaines questions références ayant pour objet de vérifier que l'on a bien tout compris.
2) ***Concevoir un plan :*** Etablir un plan d'attaque, élaborer et choisir la stratégie à suivre qui va assurer un maximum de succès.
3) ***Mettre le plan à exécution :*** Se tenir à la stratégie adoptée.
4) ***Revenir sur sa solution :*** Cela consiste à se relire ; à considérer ce qui semble fonctionner et ce qui n'a pas marché.

Notons finalement que la résolution de problèmes, compte tenu des changements que connaissent nos curricula pédagogiques, est appelée à se concentrer sur l'acquisition par l'apprenant de compétences méthodologiques au lieu des pratiques précédentes qui s'intéressent particulièrement à des informations et des renseignements.

2.6.2. *Raisonnement et preuves*

- Selon le dictionnaire Larousse, le raisonnement est «*une opération mentale qui s'organise suivant des principes déterminés permettant de passer d'une proposition à une autre à travers une série d'arguments de manière à aboutir à un résultat ou à une conclusion*»

Il en découle que le concept de raisonnement a une double signification ; c'est un processus intellectuel en tant qu'activité mentale conduisant à un résultat ; c'est en même temps le produit intellectuel de ce processus c'est-à-dire l'expression de la conclusion de cette activité [57].

[56] POLYA. George ; *How to solve it* traduit par MESNAGE, Colette sous le titre « *Comment pour et résoudre un problème*» Dunod ; Paris 1965.

[57] MANTE, M. et autres ; *Triangle, mathématiques* ; 4e Livre du professeur, Hâtier ; Paris, 2002.

. انظر في هذا الصدد : البعزاتي بناصر ؛ الاستدلال والبناء/بحث في خصائص العقلية العلمية ؛ دار الأمان ؛ المركز الثقافي العربي ؛ الرباط. 1999

En fait, le raisonnement est une activité cognitive interactive exercée dans les différents aspects de la vie courante. La défense d'une cause, la présentation d'une problématique, la justification de décisions … requiert des modes de raisonnement.

● Quant au raisonnement mathématique, il est défini comme étant l'activité intellectuelle qui favorise la compréhension des données, de les organiser et de les associer aux outils mathématiques et logiques et de les investir pour clarifier des relations ou dégager des propositions [58].

On peut faire appel à différents modes de raisonnement. Il y a trois types fondamentaux de raisonnement :
Le raisonnement inductif, le raisonnement abductif et le raisonnement déductif.

◉ ***Raisonnement inductif***

Dans le raisonnement inductif, on part de faits particuliers pour en tirer des résultats généraux (principe, loi, idée générale). Ce raisonnement fonctionne selon des règles précises se basant sur l'expérimentation, les sens, et l'observation ; et malgré ce que l'on peut reprocher à l'induction sur le plan de l'instauration de relations, de l'acceptation des hypothèses et du passage de particularités à des généralités, il n'en reste pas moins que l'investissement de ses modalités, au niveau pédagogique, est essentiel pour familiariser l'apprenant à la justification, l'interprétation, l'explication voire parfois la persuasion à travers des procédés méthodologiques de l'induction tels que les manipulations, les tâtonnements, les expérimentations et les analogies.

◉ ***Raisonnement abductif***[*]

Le raisonnement abductif (comme le raisonnement inductif), essentiellement mis en œuvre dans la phase de recherche, permet d'aboutir à l'émission de conjectures qu'il s'agira ensuite de valider ou d'invalider. Si la production d'un contre-exemple suffit à invalider une conjecture, la validation repose sur une démonstration, moyen d'accès à la vérité. On rappelle que «démontrer» c'est «donner à voir» les différentes étapes d'une preuve par la présentation, rédigée sous forme déductive, des liens logiques qui la sous-tendent.

Si le raisonnement inductif consiste à généraliser une propriété observée sur des cas particuliers, et fonctionne selon le schéma suivant : constatant sur des exemple que lorsque A est vraie, alors B est vraie, on émet la conjecture que (A implique B) est vraie, le raisonnement abductif , quant à lui, consiste à présumer une cause plausible d'un résultat observé, et fonctionne selon le schéma suivant : pour démontrer que B est vraie, sachant que (A implique B) est vraie, on va démontrer que A est vraie. Le raisonnement abductif est notamment utilisé sous forme d'une analyse remontante, encore appelée chaînage arrière, qui consiste, à partir du résultat que l'on veut démontrer, à repérer une ou plusieurs propriétés (conditions suffisantes) qui, si elles étaient établies, permettraient d'atteindre le résultat par application d'un théorème identifié . On substitue momentanément au problème de départ un ou plusieurs nouveaux problèmes consistant à établir ces conditions intermédiaires.

[58] https://lexique.netmath.ca

[*] https://edusol.education.fr/ressources.2016

◉ ***Raisonnement déductif***

Dans le raisonnement inductif, on part de données pour en tirer des conséquences par le biais d'implications logiques.

Ce raisonnement «fait appel à des règles d'inférence et de déduction faisant intervenir des définitions, des énoncés admis comme prémisses, des lois ou propriétés, des résultats préalablement obtenus également par raisonnement, dans le but de démontrer des hypothèses ou des conjectures»

- Les types de démonstration mathématique sont :

1) La démonstration déductive qui repose sur l'implication et ne s'identifie pas à elle.
2) La démonstration par disjonction des cas.
3) La démonstration par contraposition.
4) La démonstration par contre-exemple.
5) La démonstration par l'absurde.
6) La démonstration par analyse-synthèse
7) La démonstration par récurrence (sera abordée ultérieurement au cycle qualifiant)

Il existe d'autres termes contextualités avec la notion de raisonnement, à savoir :

◉ ***La justification :*** Toute expression permettant la communication avec l'autre pour le tenir informé du caractère de véracité d'un énoncé mathématique.

◉ ***La preuve :*** Instrument pour se convaincre et convaincre l'autre de la véracité d'un résultat [59].

◉ ***La démonstration :*** Ensemble structuré d'étapes de raisonnement

2.6.3. *Pratique du raisonnement*

- Chez l'élève de l'enseignement secondaire collégial, les connaissances se mettant à se former conceptuellement à partir des conditions de l'expérience, l'analytique (partie de la logique qui traite de la démonstration), la découverte et l'exploration. L'élève devient alors capable de considérer certains éléments abstraits comme sujet de réflexion ; il parvient progressivement à comprendre les signes implicites figurant dans un discours ou un énoncé mathématique. Il commence à acquérir la capacité de passer du concret à l'abstrait.

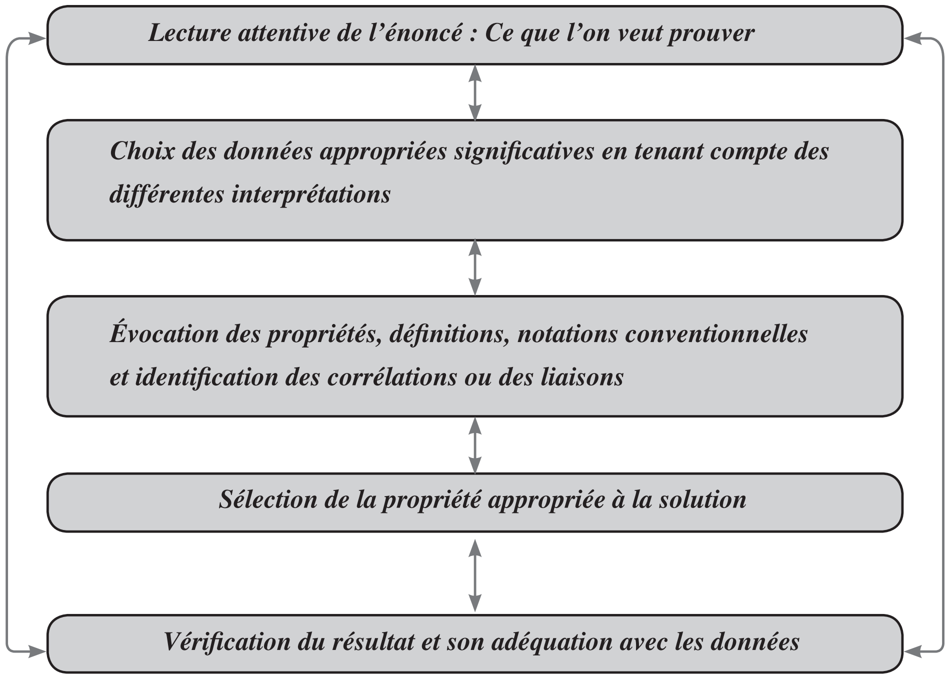
Dans ce contexte, le préambule du programme de mathématiques de l'enseignement collégial indique que le programme vise à développer les capacités des élèves à pratiquer le raisonnement à travers le passage graduel de la description, l'observation, l'extrapolation des résultats à leur démonstration, il a aussi pour intention de les entraîner (élèves) à pratiquer le mode de pensée scientifique (démarche scientifique) ; ce qui développe chez eux les compétences de la preuve, l'analyse, le sens critique, la clarté d'esprit, la précision du jugement et stimule leurs faculté d'imagination, de conception et d'abstraction.

- L 'entraînement à la preuve et la pratique du raisonnement requièrent le recours à des stratégies adéquates de

[59] BOUVIER, Alain ; La mystification mathématique, Herman er, 1981.

recherche et d’analyse. Malgré les difficultés soulevées par cette pratique, il est nécessaire de motiver les élèves (éviter «l’endoctrinement») à élaborer des schémas, des diagrammes et des procédures de preuve ; et il est aussi fort utile d’inviter instamment les apprenants à faire preuve de persuasion et de conviction en se référant au règles et dispositions mathématiques et logiques acquises.

Dans ce cadre, on peut proposer les étapes et les procédures qu’il est intéressant de suivre à travers les séquences suivantes :



On peut résumer ce diagramme en répondant aux interrogations suivantes : Qu’est-ce qu’on veut démontrer ? Quelles sont les propriétés utiles pour prouver la conclusion ? Comment la solution doit être formulée ? Est-ce que la solution est compatible avec les données ?

[Concernant le choix de la propriété appropriée à la solution, peut citer l'exemple suivant : Si l'on souhaite pouver que ABCD est un parallélogramme sachant que A(1 ; 1) , B(4 ; 2) , C(4 ; 6) et D(1 ; 5), alors est-ce qu'on utilise la propriété sur l'égalité de deux vecteurs? ou celle de la somme de deux vecteurs? ou celle qui emploie l'isométrie et le parallélisme de deux côtés opposés?]

Par ailleurs, si la pratique du raisonnement est en harmonie avec l’activité mathématique dans son intégralité, l’exécution de la preuve, conformément au diagramme proposé, ne repose pas sur des séquences consécutives mais nécessite une interaction et une «synergie» entre les différentes étapes et procédures.

Au départ, une compréhension du texte de la question et une lecture attentive sélective s’imposent car un énoncé donné utilise des formes d’écriture explicites ou implicites afin d’atteindre une intention déterminée : Ecritures contenant des informations, descriptives … ou ayant certains supports : écrit ordinaire, diagrammes, dessins …

La possession d’une conception claire à propos de la question suppose la disponibilité des concepts et des outils mathématiques qui aident dans la preuve. Savoir utiliser ces outils de façon positive et évoquer les connaissances et les notions mathématiques ne peut être efficace que si on réfléchit sur leur pertinence et efficience car l’intention

n'est pas l'utilisation aléatoire ni l'évocation de signes superficiels.
Ce que l'on veut prouver est le plus souvent précis ; et sa réponse, respecte les critères courants et les règles connues en vue d'élucider une proposition ou de révéler une conclusion.
Ce qui nécessite la capacité d'expliquer ce qui a été fait à chaque étape, de l'interpréter et de la ratifier tout en mettant en évidence les procédures de vérification et de contrôle, et particulièrement se reporter, si nécessaire, à l'énoncé pour compléter l'interprétation pour repenser le texte on pour écarter des indices non adaptés.
En définitive, ce qui garantit le développement des compétences du raisonnement c'est de rendre la pratique du raisonnement un entraînement individuel et collectif surtout que la discussion et la présentation des résultats divers contribuent au brassage des idées et favorisent le progrès et l'épanouissement.

2.7. L'animation

L'aptitudes de l'apprenant à s'adapter avec son environnement et à rester en phase avec le changement continu accéléré imposé par les faits nouveaux qui se produisent dans cet environnement, exige la confiance de l'apprenant dans ses prédispositions et se ressources naturelles dans l'acquisition du savoir et son assimilation, l'auto-formation et l'auto-apprentissage ; ce qui implique l'instauration d'un climat qui offre à l'élève un sentiment de liberté et d'épanouissement.
Par ailleurs, si la gestion efficace des situations d'apprentissage et d'enseignement est en mesure de garantir l'acquisition des compétences, leur développement, enrichissement et leur extension, cela nécessite impérativement un comportement interactif de la part de l'enseignant.
Il va sans dire que les relations réciproques interactives se réalisent à travers les attitudes du professeur envers les apprenants. Parmi ces-attitudes ; citons :

- **L'organisation de la communication,** par la motivation à la discussion et l'échange d'idées et d'informations.
- **L'encouragement à la libre expression,** et ce en vue d'adopter l'attitude juste et d'identifier celle qui est erronée et la rectifier.
- **L'aide à l'autonomie dans la prise de décisions personnelles** favorise l'éducation à la responsabilité pour les choix et les positions.
  Les deux fonctions fondamentales de l'enseignant [60] sont :
  * La fonction de «facilitation» qui vise à renforcer et à maintenir l'unité et la cohésion de la classe.
  * La fonction de «maintenance» d'un climat favorable» qui consiste à contrôler (dans le sens sociologique du terme) les conflits en présence dans les groupes et à maintenir le «moral» de la classe.

Ces attitudes (du professeur) traduisent ce que l'on convient l'appeler l'animation démocratique. L'animation est donc l'implication des apprenants dans l'exécution et la réalisation de plusieurs activités, et le souci de les amener

[60] JOHNSON, Lois & BANY, Moy ; *Conduite et animation de la classe* (Compte rendu)
Revue française de pédagogie ; Paris ; Bruxelles, Montréal ; Dunod, 1974.

à réfléchir sur ce qu'ils apprennent en essayant, par exemple, de lier leurs apprentissages et idées nouvelles aux attitudes de la vie où ils peuvent s'y appliquer ou de relier leur apprentissages aux mathématiques ou à d'autres disciplines telles que la physique ou la géographie.

Ainsi, l'animation constitue un aspect fondamental de l'enseignement. Il convient, par ailleurs, de souligner le besoin d'un apprentissage actif se basant sur plusieurs remarques notamment l'inaptitude de la majorité des élèves à intégrer véritablement leurs nouvelles connaissances, après chaque acte traditionnel d'enseignement.

8.1. Evaluation et soutien

2.8.1 Evaluation pédagogique

a.Notion d'évaluation

● L'évaluation fait partie intégrante du processus d'enseignement et d'apprentissage.

C'est l'ensemble des opérations et techniques qui s'attachent à recueillir des données et des informations et à les interpréter selon des règles bien définies, et ce à travers un «examen» (au sens large du terme) descriptif ou quantitatif des divers éléments de l'opération enseignement-apprentissage.

● L'évaluation pédagogique vise à déterminer le changement survenu dans l'évolution des apprenants au niveau de leur acquisition de certaines compétences. Elle s'intéresse aussi aux besoins des apprenants et leur fournit un feed-back leur permettant de prendre connaissance de leurs efforts personnels avant, pendant et après l'opération d'apprentissage.

● L'évaluation autorise le professeur à connaître ce que les apprenants ont réalisé comme résultats en vue d'élaborer des moyens et des méthodes plus appropriés elle facilite aussi l'identification des points forts et des carences et par suite la prise de décisions adéquates susceptibles de traiter les écueils et les difficultés et de renforcer les atouts lors du développement des compétences.

● L'évaluation englobe plusieurs éléments dont les plus importants sont : le curriculum avec ses différentes composantes (objectifs-contenus- stratégies d'enseignement et d'apprentissage-formes de l'évaluation scolaire), l'enseignant et les produits du curriculum.

La fonction de l'évaluation pédagogique est une mission composite et comprend plusieurs opérations ou tâches subsidiaires interdépendantes et complémentaires que l'on peut en analyser selon les tâches auxiliaires et étapes procédurales suivantes :

* Définition des critères de l'aspect que l'on veut évaluer.

* Détermination ou préparation des outils nécessaires à la collecte d'informations et de graphiques adéquats relatifs à l'aspect objet de l'évolution, et la précision des volets d'utilisation de chaque outil ;

* Collecte des informations en utilisant les outils pertinents ;

* Analyse et traitement des données collectées en utilisant des moyens garantissant l'obtention d'une image objective et claire de la réalité, de la situation ou de l'aspect qui a été évalué.

* Interprétation et explication des résultats obtenus à travers l'analyse objective des données recueillies et à la lumière des critères de l'opération d'évaluation, probablement définis.

* Indentification du degré de concordance de la réalité, ou la situation évaluée avec les critères.

* Prise de décision pour effectuer un changement ou un remaniement ou une transformation ou procéder à d'autres opérations d'évaluation [61]

- PERRENOUD relate huit critères d'une évaluation *authentique*, développés par WIGGINS (1989) : [62]

1) L'évaluation n'inclut que des tâches contextualisés.
2) L'évaluation porte sur des problèmes complexes.
3) L'évaluation doit contribuer à ce que les apprenants développent davantage de compétences.
4) L'évaluation exige l'utilisation fonctionnelle de connaissances disciplinaires.
5) Il n'y a aucune contrainte de temps fixée arbitrairement lors de l'évaluation des compétences.
6) La tâche et ses exigences sont connues avant la situation d'évaluation.
7) L'évaluation exige une certaine forme de collaboration avec pairs.
8) La correction prend en considération les stratégies cognitives et métacognitives utilisées par les apprenants.

b.Types d'évalution

- D'après PERRENOUD (2001), trois fonctions sont assignées à l'évalution tout en signalant qu'il existe une quatrième, à laquelle il n'accorde pas tout à fait le même statut :
- *fonction formative :* «Elle soutient la régulation des enseignants et des apprentissages en train de se faire, elle se déploie à l'intérieur d'un cursus scolaire» ;
- *fonction certificative :* «Elle garantit à l'égard de tiers ; elle intervient à l'issue d'un cursus donné» ;
- *fonction pronostique :* «Elle se fonde des décisions de sélection ou d'orientation ; elle se situe en amont d'un cursus et sous-tend un choix» ;
- *fonction informative :* «Elle n'est pas une quatrième fonction, mais seulement une façon de rendre accessible aux parents ou à l'administration scolaire une partie des informations dont les professionnels ont besoin pour réguler les apprentissages, certifier des acquis ou orienter».
- Les fonctions sont remplies à travers plusieurs pratiques d'évaluation :

L'évaluation diagnostique

Ce type d'évaluation survient (de façon générale)»avant l'apprentissage» plus précisément au début des apprentissages (début d'une séance, début d'une unité didactique, début d'une séquence de leçon …)
Elle permet de recevoir des informations, d'identifier les acquis des apprenants et de déterminer dans quelle mesure les élèves sont prêts avant de prendre de départ pour des activités nouvelles d'apprentissage. C'est une occasion de faire l'inventaire des acquis et d'analyser les besoin afin de renforcer certaines notions et compétences ; c'est aussi

[61] دعس، مصطفى نمر. استراتيجيات التقويم التربوي الحديث أدواته. دار غيداء. عمان. 2008

[62] PERRENOUD, Philippe. *La note en plein évaluation*. Article paru dans le numéro spécial de l'EDUCATEUR en mars 2004. Pages 8-11.

un support d'aide à la construction des stratégies pédagogiques.
C'est dans cette optique que l'on a inséré dans la partie consacrée au rappel au début de chaque leçon, un test diagnostique comportant des questions à choix multiples dont le but est de soumettre l'acte d'enseignent apprentissage, dès le départ, à l'observation, la vérification, le contrôle des incomplétudes et leur identification en vue de prendre un véritable départ approprié.

L'évaluation formative

Ce type d'évaluation intervient au cœur du processus d'enseignement-apprentissage (dès son départ et au cours de sa réalisation). Elle a pour fonction de favoriser la progression des apprentissages et de renseigner l'apprenant et l'enseignant sur les acquis ou les éléments à améliorer.
Elle vise des apprentissages précis et relève d'une ou de plusieurs interventions de nature pédagogique. Elle est effectuée en cours d'activité et vise à faire état des progrès des élèves et à leur permettre de comprendre la nature de leurs erreurs et des difficultés rencontrées. Elle peut être animée par l'enseignant, mais se réaliser sous forme d'auto-évaluation ou de rétraction par les pairs. Aucun point, note ou pourcentage n'y est associée

L'évaluation sommative

Cette évaluation intervient en fin de processus d'apprentissage (unité didactique thème scolaire, programme scolaire ou annuel), et ce pour l'approbation ou la validation d'une formation. Ce type d'évaluation revêt un caractère de «mesure» et se soumet à la quantification (notation des performances des élèves et leur mesure). C'est ainsi que cette évaluation vise l'évaluation du «bilan» des élèves et l'appréciation de leurs résultats à propos des connaissances, des habiletés et des compétences.
A cet égard, les devoirs normalisés et les épreuves d'examen s'inscrivent dans le même ordre d'idées que ce genre d'évaluation.
Il faut souligner, par ailleurs, que parmi les objectifs de cette évaluation, on peut trouver l'évaluation des apprentissages selon le mode critérié qui est plus objectif et se réfère à des mesures où le jugement des outils de l'élève se fait à travers l'accomplissement de tâches déterminées et où la référence de comparaison est le développement de la compétence [63].

c) Outils d'évaluation

Questions orales

Ce sont les questions orales qui s'insèrent dans la discussion de la leçon et qui appellent la participation des élèves où leurs rôles se caractérisent par la vitalité et l'engagement effectif dans la construction des connaissances et des concepts.
Le rôle gestionnel du professeur est actif et stimule les apprenants et les motive pour acquérir le savoir de façon positive, Ces questions incluent les questions de préparation, les questions de vérification et de contrôle (au sens

[63] HADJI. Charles. *L'évaluation, les règles du jeu.* ESF, 1990.
L'HÔTE, Monique. *Les notes à l'école.* Syros alternatives, 1990.

restreint) et les discussions binaires entre les apprenants. Ce genre d'activités favorise l'évaluation des capacités communicationnelles pendant l'évaluation diagnostique et formative.

Poser des questions efficaces n'est pas chose aisée comme on le croit, mais nécessite une réflexion préalable et le respect de certaines règles de base : [64].

- Anticiper le raisonnement des élèves : Prévoir et planifier les questions susceptibles d'être posées pour stimuler la réflexion et approfondir la compréhension des élèves.
- Relier le questionnement aux résultats de l'apprentissage : En posant des questions qui renvoient au programme-cadre, on peut, d'une part évaluer partiellement certaines habiletés et, d'autre part, aider les élèves à se concentrer sur ces principes clés.
- Poser des questions ouvertes : Des questions efficaces aident les élèves à relever un défi, par contre ces questions doivent se situer dans leur zone proximale de développement.
- Poser des questions auxquelles il faut répondre.
- Incorporer des verbes d'action qui invoquent des niveaux élèves de la réflexion (analyser, expliquer, justifier …)
- Poser des questions qui élargissent la conversation afin d'inclure les autres élèves.
- Garder les questions neutres (pas de qualificatifs du genre facile ou difficile)
- Donner ou allouer un temps de réflexion suffisant

Traveaux pratisues

On peut recouvrir à ce genre d'épreuves en mathématiques lors des activités de géométrie dans l'espace, de statistiques ou pour exploiter d'outil informatique.

Epreuves écrites

Ces épreuves sont catégorisées suivant leurs caractéristiques et selon leurs types d'investissement :

- **Epreuves de complétion** où il s'agit de compléter des paintillés dans un énoncé. Ce genre d'épreuves soulève des controverses quant à son utilité, sa pertinence d'une part et l'incertitude qui peut entraver la réponse (surtout si pour un vide donné, il y a plusieurs réponses et parfois une infinité), d'autre part.
- **Epreuves à choix multiples ou épreuves «vrai / faux»**

Une question à choix multiple est «une question à laquelle l'élève répond en opérant une sélection (au moins) parmi plusieurs solutions proposées (au moins deux), chacune étant jugée (par le constructeur de l'épreuve) correcte ou incorrecte en soi et indépendamment de l'élève interrogé» [65].

Les questions à choix multiples peuvent se présenter sous différentes formes : [66].

* Réponse binaire : Vrai/Faux, Oui/Non ou d'accord/pas d'accord.

* Réponse unique : Une affirmation est énoncée et plusieurs réponses sont proposées mais une seule est valide.

---

[64] www.edu.gov.on.ca. *L'art de questionner de façon efficace.* Ontario. novembre 2011.

[65] LECLERC, Dieudonné cité en http://www.questy.fr/

[66] BENNEFON, Dominique. L'élaboration des questions à choix multiples. http://www.questy.fr/

* Réponse multiples : Plusieurs réponses sont proposées, la bonne réponse exige de cocher plusieurs cases.

* Réponse en énumération classée : La réponse exacte comporte plusieurs éléments. L'une des variantes de cette forme consiste à proposer les éléments sous forme de liste numérotée dans le corps de la question.

* Réponses multiples équivalentes : Si deux réponses sont possibles, il convient de déterminer si une seule suffit à valider la réponse ou pas.

* Réponse par association.

* Réponse par exclusion (chasser l'intrus)

* Question trou : Le texte de la question se présente sous une phrase au sein de laquelle il manque un mot/ nombre/symbole (et un seul) ; d'un des mots proposés est manquant.

● ***Epreuves de devoirs :*** Elles s'effectuent à intervalle réguliers, et visent la validation du bilan provisoire, périodique ou s'étalant sur une étape d'apprentissage.

● ***Tests :*** Ils sont soumis à des conditions et des critères précis au niveau de la construction, de la gestion de ses différents éléments et ses étapes d'exécution

Autres outils d'évaluation [67]

● ***Exercices en ligne :*** Ils peuvent être automatiquement corrigés en transmettant à la fois aux apprenants les rétroactions constructives pour l'avancement de leurs apprentissages et à l'enseignant les résultats pour suivre le niveau et état d'avancement de ses apprenants.

● ***Travaux à remettre :***

Il s'agit de définir aux élèves des consignes et des échéances de travaux de travaux à effectuer et à rendre sous format électronique

● ***Tests d'auto-évaluation :*** C'est un outil d'entraînement pour l'apprenant pour vérifier tout seul son niveau d'acquisition des connaissances et prendre conscience de sa réussite et de ses erreurs.

Eléments / Types d'évaluation :	Fonction	Outils	Interprétations	Décisions
Evaluation diagnostique	Rôle d'orientation : Elle oriente le professeur pour la construction de la feçon particulièrement au début de nouveaux apprentissages, et ce	Questions orales ou activités préparatoires proposées à l'apprenant avant tout apprentissage, en vue d'évaluer les compétences ac-	Identification, mise en évidence et analyse qualitative du degré d'acquisition des compétences pour le diagnostic, le traitement et la remé-	Choix d'activités pertinentes pour l'organisation de la leçon de la part du professeur en vue de réaliser les objectifs escomptés sans

[67] http://www.parisnanterre.fr. *Les outils d'évalution - L'évalution des apprenants.* Université de Paris Nanterre.

	afin d'identifier le niveau de maîtrise par les apprenants des acquis nécessaires à l'apprentissage.	quises au préalable.	diation aux difficultés qui entravent la mise en place de nouvelles compétences.	brouillage.
Evaluation formative	Rôle de rectification : Permet à l'enseignant et à l'apprenant à la fois de surmonter les déficiences et dépasser les obstacles aux apprentissages.	Activités, exercices complémentaires ou tests proposés pendant les apprentissages. Ils s'articulent autour des objectifs poursuivis de la leçon afin de rectifier le parcours de formation.	Analyse qualitative du degré d'acquisition et d'appropriation, de la nature des erreurs, du niveau de perfection des compétences en enrayant les difficultés.	Remaniement des activités d'apprentissage, selon l'évolution enregistrée dans le groupe-classe, de la part de l'enseignant. Quant à l'élève, choix d'exercices d'entraînement, de soutien et d'évaluation afin de juger et jauger son degré de maîtrise des compétences.
Evaluation sommatine	Rôle de validation de l'appropriation des apprentissages et la capacité de les intégrer par l'apprenant pour passer au palier suivant.	Tests et devoirs du contrôle continu proposés à l'issue des apprentissages. Ils sont quantifiés.	Analyse qualitative des résultats de façon générale en commentant le rendement des apprenants, et de façon particulière en exprimant l'évolution du rendement de l'apprenant par rapport à ses performances.	Appréciations à propos du processus d'apprentissage ou de l'orientation de l'élève lors de son passage au niveau suivant.

e. Procédés d'évaluation

Exercices et activités

● C’est le domaine du suivi individuel des travaux des apprenants et de l’examen minutieux de leurs performances. Ces pratiques doivent satisfaire aux conditions et exigences du contrôle et de filtrage des performances des apprenants, à la lumière des critères qui réglementent les différents formes d’exercices et d’activités, étant entendu que le manuel de l’élève est un document de référence pour des lectures évaluatives partielles ou globales.

● Les exercices et problèmes concernés sont ceux qui mettent en jeu des contenus identifiés, susceptibles de contrôler des capacités particulières, spécifiés pour un niveau scolaire donné.

Le classement de ces énoncés peut se faire en tenant compte des processus mentaux susceptibles d’être activés ou des niveaux de difficulté et de complexité.

● L’IREM de Strasbourg, on se basant sur les idées de G.GLAESER propose une classification des énoncés comme suit : [68].

◉ ***Exercices d’exposition :*** pour acquérir des connaissances.

◉ ***Exercices d’application :*** pour éprouver la pertinence et l’efficacité de notions nouvellement on anciennement étudiées.

◉ ***Exercices d’entraînement :*** pour entraîner des notions acquises

◉ ***Exercices techniques :*** pour mener à son terme une tâche que l’on sait pouvoir mener, mais en faisant preuve de méthode, de soin et de précision

◉ ***Manipulations :*** pour anticiper, conjecturer.

◉ Exercices ***d’évaluation***

◉ ***Vrais problème :*** exercices de recherche pour chercher, éprouver, trouver.

Problèmes ouverts [69]

● Le terme de «problème ouvert» a été introduit par les japonais durant les années 70, et ce dans le but de réformer l’enseignement des mathématiques en adoptant des approches ouvertes en pratique de l’enseignement.

Le terme de «problème ouvert» est repris par une équipe de l’IREM de Lyon pour «évoquer une catégorie de problèmes destinés à mettre en route, avec les élèves une démarche scientifique : faire des essais, conjecturer, tester, prouver.» [70].

«Une recherche scientifique développe des capacités de méthodologie composées, comme la formulation des hypothèses de travail, la préparation du projet expérimental ou de recherche, le choix de l’échantillon, la mise en place des outils d’évaluation l’analyse et l’interprétation des résultats. Certaines de ces capacités apparaissent à

[68] BODIN, Antoine. *Comment classer les questions de mathématiques.* IREM de Franche Comté/2009. In https://www.apmep.fr.

[69] KOSYVAS, Georgio. *Problèmes ouverts : notion, catégories et difficultés.* In Annales de didactique et de sciences cognitives, volume 15, p 45-73, IREM de Strasbourg

[70] CHARNAY, Roland. *Problème ouvert, problème à chercher.* IUFM de Lyon. Equipe de didactique des mathématiques. INRP. Grand N n° 51. in www.saintremy.ien.ac-aix-marseille.fr

chaque problème ouvert» [69].

● Selon l'équipe de l'IREM de Lyon, un problème ouvert est un problème qui possède les caractéristiques suivantes :

◉ L'énoncé est court ;

◉ L'énoncé n'induit ni la méthode, ni la solution (pas de questions intermédiaires, ni du type «montrer que»). En aucun cas, cette solution ne doit se réduire à l'utilisation ou à l'application immédiate des derniers résultats présentés en cours.

◉ Le problème ouvert se trouve dans un domaine conceptuel avec lequel les élèves ont assez de familiarité. Ainsi peuvent-ils prendre facilement «possession» de la situation et s'engager dans des essais, des conjectures, des projets de résolution, des contre-exemples». [71].

● Pour mieux cerner l'enjeu des problèmes ouverts, CHARNAY essaie de les resituer dans une typologie caractérisée par les compétences à faire acquérir par les apprenants. C'est alors qu'il distingue : [72].

« ◉ Les problèmes destinés à engager les élèves dans **la construction de nouvelles connaissances** (souvent appelés «situations-problèmes») ;

◉ Les problèmes destinés à permettre aux élèves **l'utilisation des connaissances déjà étudiées** (souvent appelés «problèmes de réinvestissement») ;

◉ Les problèmes destinés à permettre aux élèves **l'extension du champ d'utilisation d'une notion déjà étudiée** (parfois appelés «problèmes de transfert») ;

◉ Les problèmes plus complaxes dans lesquels les élèves doivent **utiliser conjointement plusieurs catégories de connaissances** (parfois appelés «problèmes d'intégration ou de synthèse») ;

◉ Les problèmes dont l'objectif est de permettre à l'enseignant et aux élèves de **faire le point sur la manière dont les connaissances sont maîtrisées** («problèmes d'évaluation»).

◉ Les problèmes destinés à mettre l'élève en situation de recherche et donc de développer des compétences plus méthodologiques («problème ouverts») ;

● En conclusion, **le problème ouvert est principalement destiné à développer un comportement de recherche d'ordre méthodologique :** faire et gérer des essais, faire des hypothèses, imaginer des solutions, éprouver leur validité, argumenter»

● Les arguments en faveur de la pratique du problème ouvert sont : [73].

« Le problème ouvert permet de proposer à l'élève une activité comparable à elle du mathématicien confronté à des problèmes qu'il n'a pas appris à résoudre».

◉ Le problème ouvert permet de mettre l'accent sur des objectifs spécifiques, d'ordre méthodologique.

◉ Le problème ouvert offre une occasion de prendre en compte et même de valoriser les différences entre élèves.

◉ Le problème ouvert permet à l'enseignant de faire connaître aux élèves quelles sont ses attentes en matière de

[71] ARSAC, Gilbert. & MANTE, Michel. *Les pratiques du problème ouvert*. CRDP de Lyon. 2007.

[72] CHARNAY, Roland. *Problème ouvert, problème à chercher.* IUFM de Lyon. Equipe de didactique des mathématiques. INRP. Grand N. 51 in www.saint-remy/ien/ac-aix-marveille.fr.

[73] Ibidem

résolution de problème».

● Pour élaborer un énoncé de problème ouvert, quelques considérations s'imposent :

(1) La difficulté ne doit pas résider dans la compréhension de la situation

(2) La phase de recherche doit appartenir aux élèves.

(3) La mise en commun est avant tout une phase d'échanges et de débat autour des solutions proposées par les élèves.

(4) La même situation peut être proposée à nouveau aux élèves.

(Ce qui peut se faire après la phase de mise en commun, avec des nombres différents, par exemple ; cela permet à certains élèves d'essayer une solution qu'ils n'ont pas élaborée eux-mêmes, mais dont ils ont perçu l'intérêt au cours des échanges ; mais le choix doit rester à leur initiative).

Exercices du manuel

● Concernant les exercices et problèmes du manuel de l'élève, ils ont été catégorisés comme suit :

(1) Dans la rubrique «***Je m'évalue***», on propose, au début de la leçon un test diagnostic qui traite des concepts déjà acquis ; les questions que comporte cette séquence revêtent un caractère évaluatif diagnostique.«Il ne s'agit pas d'une évaluation qui débouche sur des remédiations et des régulations cognitives ou procédurales, mais d'une évaluation qui *offre une vision globale et claire sur la réalité de la classe (besoins des élèves, lacunes, potentialités ...)*
et qui oriente vers les choix didactiques initiaux (élaboration des projets pédagogiques, définition des contenus, des démarches, …) . Ce côté évaluatif du diagnostic prend en considération deux aspects :

◉ ***Les pré-acquis :*** les savoirs, les savoir-faire et les savoir-être devant être appris et assimilés antérieurement ;

◉ ***les prérequis :*** les savoirs, les savoir-faire et les savoir-être *sans lesquels* on peut mener à bien des activités didactiques à venir.[74].

(2) Dans la rubrique «***J'applique***», et dans l'optique d'aider les élèves à atteindre les objectifs assignés, on propose des exercices corrigés faisant référence directement aux intitulés des compétences du programme, Certains de ces exercices sont confectionnés à partir de contextes réels ou tirés de la vie réelle.

(3) Dans la rubrique «***Je m'entraîne***», les exercices gradués proposés sont de nature différente. Certaines sont des exercices d'évaluation de l'application directe des apprentissages et d'investissement des contenus acquis dans les connaissances fondamentales (concepts et règles qui ont été mis en place). C'est l'occasion où la voie est grande ouverte devant les apprenants pour appliquer une règle ou une propriété déterminée et d'apprécier dans quelle mesure elle a été acquise. Par ailleurs, si l'accomplissement de tels exercices vise à consolider la nouvelle connaissance devant être stabilisée chez les apprenants, il vise aussi à informer l'apprenant et l'enseignant du niveau d'appropriation. D'autres exercices constituent une opportunité d'évaluation dont l'objectif est d'encourager l'apprenant au contrôle du degré de maîtrise des outils disponibles, à la détermination de son attitude vis –à-vis de ces connaissances, au soutien des aspects positifs et d'essayer de dépasser les manifestations négations.

[74] Formation-pédagogique didactique in baaziz-kafgrab. e-monsite.com

A cet égard, le choix des questions est conditionné par d'autres facteurs parmi lesquels les spécificités cognitives qui caractérisent chaque apprenant. Ainsi, il appartient au professeur d'adapter quelques questions ou exercices, de sélectionner les plus pertinents d'entre eux ou de proposer des questions alternatives en cohérence avec les circonstances et les variables didactiques en présence.

(4) Dans la rubrique «***Je cherche***», plusieurs types d'exercices sont proposés. On y trouve des exercices d'enrichissement et de perfectionnement du niveau d'apprentissage par le biais de situations d'évaluation globale d'appropriation des connaissances et des habiletés ; ce qui oriente l'apprenant vers plus d'organisation de ses connaissances et plus de maîtrise de ses capacités et ses aptitudes. On y trouve aussi des exercices de synthèse ou des exercices complexes (pas nécessairement difficiles) ; ce sont des situations d'intégration par excellence étant donné qu'elles nécessitent un grand degré de maîtrise et que leur résolution infère une acquisition profonde ou approfondie des connaissances, ainsi que la possession de capacités communicationnelles, méthodologiques et stratégiques. En définitive, si les situations de la rubrique «Je m'entraîne» peuvent s'insérer dans une évaluation formative ou formatrice directe, les situations de cette rubrique sont marquées par une évaluation sommative (au sens restreint) et par le contrôle de l'étude de la capacité de synthèse et d'intégration outre les types précités d'exercices, des problèmes ouverts sont proposées. Ils répondent aux normes et critères signalés auparavant.

Contrôle continu

● Il revêt un caractère global et intégral de toutes les procédures d'accompagnement du processus d'enseignement-apprentissage. C'est pourquoi, on peut considérer le contrôle continu comme un couronnement de toutes les formes d'évaluation citées auparavant de telle sorte que toutes les catégories d'évaluation se recoupent dedans. On peut inscrire, dans le contrôle continu, le contrôle des cahiers d'élèves, les questions orales et écrites, les exercices de synthèse, les devoirs à la maison et surveillés.

● Il faut noter, à cet égard, que l'adoption de certaines mesures méthodologiques lors de *la préparation* [75] (élaboration) des devoirs, garantit sa fiabilité du point de vue pédagogique. Parmi ces procédures, on peut citer :

- Inventorier les notions et les propriétés étudiées.
- Déterminer le domaine cognitif concerné par le devoir
- Inventorier les notions fondamentales, les définitions et les propriétés constituant les actes du devoir.
- Classer ces composantes selon leur importance.
- Veiller à la concordance des devoirs et les acquis éventuels des apprenants.
- S'assurer de la «couverture» des paragraphes étudiés pendant une période déterminée
- Evoquer les niveaux d'apprentissages et ses catégories sur la base des résultats enregistrés.

● Il convient de souligner que **l'opération de correction des copies d'élèves** [76] est l'une des occasions de communication entre l'enseignant et ses élèves parce qu'à travers elle le professeur identifie le niveau d'appro-

[75] ● MEIRIEU, Philippe. *Les devoirs à la maison : Parents, enfants, enseignants : pour en finir avec ce casse-tête.* Syros. 2000.

● PONCELET, D. –SCHLLINGS, P. –HIDRYCKX, G. –HUART, Th.-DEMEUSE. M.
Les devoirs ; un canal de communication entre l'école et les familles ? Recherche en éducation. n° 95 / 99. Le point sur la recherche en éducation n°20. Université de Liège.juin 2001

[76] عن كتب : البرامج والتوجيهات التربوية بالسلك الثاني من التعليم الأساسي وزارة التربية الوطنية 1991

priation et le niveau de progression de chacun.

L'enseignant peut :

◉ Consulter et prendre connaissance des erreurs et écueils des élèves

◉ Catégoriser les erreurs selon leur degré.

◉ Déterminer les erreurs répandues et les difficultés rencontrées par les apprenants.

◉ Déterminer les domaines de ces erreurs selon les axes scolaires étudiés.

◉ Gérer tout cela au moyen de la recherche de solutions didactiques pour traiter et surmonter les obstacles à travers les axes observés.

● A cet égard, le professeur peut classer les erreurs commises selon son domaine :

◉ Terminologie et symbolisation.

◉ Raisonnement et liens logiques.

◉ Connaissance pure.

◉ Représentations mentales.

◉ De façon générale, l'évaluation avec ses différentes formes et ses moyens et techniques doit prendre en compte :

◉ les différences fondamentales entre les types d'évaluation ;

◉ la préparation préalable de toute activité évaluative ;

◉ la connaissance profonde des composantes du devoir ou de l'examen (étapes , genre de questions, la qualité et l'organisation du travail …) ;

● le fait que toute forme d'évaluation est une étape de l'action qui sera suivie par d'autres étapes telles que le soutien entre autres.

2.8.2 *Evaluation des compétences en mathématiques*

● Si le choix qui prévoit d'adopter l'approche par compétences dans l'élaboration des curricula et des programmes scolaires a eu des répercussions sur la pratique enseignante, il va sans dire que ce choix a eu des incidences sur l'opération d'évaluation.

L'enseignant est invité, non seulement à appliquer l'approche par compétences, mais il est appelé en plus à fournir les outils et les indices qui lui permettent de prendre des décisions pédagogiques sur le plan de la classe ou sur le plan du système éducatif tout entier ; ces décisions concernent particulièrement :

◉ L'évaluation diagnostique : pour saisir et traiter les difficultés pouvant affronter l'apprenant dans l'acquisition de nouvelles compétences.

◉ L'évaluation formative : pour le suivi de l'évolution instantanée des compétences de l'apprenant au cours de l'apprentissage.

◉ L'évaluation sommative : pour se prononcer à propos du degré de réalisation des compétences envisagées par le programme ou par l'une de ses parties.

● A partir de ces considérations, on peut noter que l'évaluation des compétences est une évaluation critériée (plutôt interprétation critériée) qui est «un mode d'évaluation où la performance du sujet dans l'accomplissement d'une tâche spécifique est jugée par rapport à un seuil ou à un critère de réussite, déterminé dans la formulation du ou des objectifs explicitement visés, indépendamment de la performance de tout autre sujet» [77].

Ainsi la compétence et les indicateurs sur son appropriation sont liés aux situations qui ont conduit à sa réalisation de telle sorte qu'ils dépendant de la discipline, du niveau scolaire et du type de l'évaluation et son objectif.

● Comment les compétences sont-elles évaluées ? On peut faire une liste des procédures à respecter pour l'évaluation des compétences :

◉ Les compétences de base visées sont précisées.

◉ On assoie, à chaque compétence, les ressources (savoirs et savoir-faire) qui peuvent être mobilisées lors de sa mise en oeuvre. Cas ressources correspondent le plus souvent aux objectifs (qui figurent dans le programme) réorganisés en fonction des compétences.

● On élabore des situations (initiales, NDLR) qui illustrent la famille de situations susceptibles d'être résolues par l'élève maîtrisant la compétence. Sur la base de situations concrètes, on dégage les *paramètres* de la famille des situations.

Les paramètres de la famille de situation couvent :

- l'univers de références en termes de ressources à mobiliser ;
- le type de situations ;
- le type et le nombre de supports ;
- le type de tâche attendue ;
- les conditions de résolution ;
- les critères utilisés pour évaluer la production.

● Les critères d'évaluation sont détaillés pour chaque situation en *indicateurs* sur la base desquels un barème de notation est élaboré» [78] .

On peut distinguer deux types de critères :

- Les *critères minimaux* : Ce sont des critères qui doivent être absolument maîtrisés pour certifier de la maîtrise de la compétence.

● Les *critères de perfectionnement :* Ils concernent des qualités dont la présence est préférable, mais non indispensable.

● *Exemple* : Résolution d'un problème géométrique en utilisant le théorème de Thalès (ou de Pythagore)

Les critères minimaux sont :

- Adéquation de la production à la situation (pertinence). Ici l'explication et l'interprétation du problème ;
- Utilisation correcte des outils mathématiques appropriés ;

---

[77] LEGENDRE, Renald. *Dictionnaire actuel de l'éducation.* Guérin. Montréal. 2005.

[78] GERARD, François-Marie. L'évaluation des compétences par des situations compétences.
Actes Colloque de l'Admee, IUFM. Champagne-Ardenne. Reims-octobre 2005.

- Utilisation correcte des moyens géométriques pour construire le dessin ;
- Cohérence du raisonnement et de la production.

Les critères de perfectionnement sont :

- Qualité de la langue.
- Production personnelle du savoir.
- Utilisation de certains outils géométriques dans le dessin.
- Complétude de la production.

● Les critères précités représentent des propriétés qui doivent être respectées dors de l'évaluation des compétences. Toutefois, ce qui caractérise ces critères c'est qu'ils se présentent sous forme abstraite et générale. L'interprétation ou la précision peuvent s'appliquer à une production en mathématiques comme on peut les appliquer à une autre discipline scolaire ; ce qui rend les critères difficiles à observer et à cerner de façon directe. C'est pourquoi, on recourt à une description détaillée des critères et on définit alors les indicateurs.

Si le critère est général et abstrait, l'indicateur est contextualité et concret.

De façon générale, on utilise plusieurs indicateurs pour savoir le degré de respect d'un critère précis (surtout si le critère est difficile à observer).

Dans l'exemple précédent :

◉ Pour le critère correspondant à l'explication du problème, les indicateurs sont :

- Compréhension des consignes ;
- définition des données du problème ;
- détermination du travail à effectuer ;
- choix des connaissances mathématiques pertinentes.

◉ Pour le critère correspondant à la cohérence de la réponse (production), les indicateurs sont :

- liens avec les données du problème ;
- adoption d'un enchaînement logique allant des données au résultat.
- absence de contradictions

● Lorsqu'il s'agit d'estimer, d'apprécier et d'émettre un jugement de valeur à propos du critère, certains indicateurs sont plus importants que d'autres, mais cela ne doit jamais rendre un indicateur indispensable pour attester de la réussite d'un critère. On est donc appelé à dégager les aspects quantitatifs de l'évaluation en se basant sur les seuils de maîtrise qui permettent de connaître le niveau minimal demandé de réussite aux différents critères. En d'autres termes, on peut considérer une compétence comme maîtrisée lorsque tous les critères minimaux sont maîtrisés. Dans ce cadre, on peut appliquer la règle des 2/3 proposé par DE KETELE où il s'agit de donner à l'élève trois occasions de vérifier chaque critère et la réussite est attribuée si l'élève réussit au moins deux items sur les trois [79].

● La catégorisation des compétences selon leurs spécificités cognitives, méthodologiques (par exemple fournit

[79] DE KETELE, Jean-Marie. *L'évaluation des acquis scolaires : quoi ? pourquoi ? pour quoi ?* Revue tunisienne des sciences de l'éducation, N° 23, Pages 17-36, (1996).

des indicateurs qui permettent à l'enseignant d'organiser et de réguler l'acte d'apprentissage d'une part, et de mettre en place des règles particulières spéciales pour une pratique évaluative moins controversée ; d'autre part.

- En mathématiques, l'évaluation porte sur les connaissances et les habiletés liées aux compétences spécifiques à cette discipline et aussi sur les compétences prenant en considération les attitudes et les préoccupations c'est-à-dire les compétences ayant un caractère émotionnel. Cette catégorie n'est assurément pas dénuée d'importance puisqu'elle constitue un appui catalytique à l'apprentissage.

En vue de construire une grille des savoirs, savoir-faire et tendances, qui indique le fait que l'apprenant du cycle secondaire collégial est efficace dans des situations d'enseignement appartenant à la discipline mathématique et respectant les spécificités de cette étape scolaire, on s'est inspiré des compétences fondamentales et des aptitudes principales en mathématiques élaborées par le chercheur américain WILSON [80]. On a trouvé que ces compétences sont utiles à l'enseignant pour préciser les situations où ces habiletés spécifiques seront exercées. Par ailleurs, elles s'attachent à la notion de problème selon le point de vue de POLYA [81] :

problème mathématique habituel : qui nécessite l'application de règles connues ;

problème mathématique inhabituel : qui nécessite une certaine recherche et de la créativité chez l'apprenant.

La grille, que l'on propose ici, représente un système comportant des contenus mathématiques et des habiletés pratiques qui concernent l'enseignement collégial, en plus des attitudes et des motivations à l'apprentissage des mathématiques.

Soulignons que l'apprenant, dans une situation donnée, mobilise simultanément plusieurs aspects de ces compétences de façon intégrée.

Voici la grille proposée :

Domaines des connaissances, des habiletés et des tendances	Composantes
Calcul et dénombrement	1 Connaître les situations relatives au calcul. 2 Connaître les conceytis et les termes du calcul. 3 Connaître les systèmes de numération et dégager des algorithmes.
Compréhension	1 Connaître les concepts et les termes mathématiques. 2 Connaître les principes et les règles mathématiques.

[80] انظر في هذا الصدد : فاتحي محمد. تقييم الكفايات-منشورات عالم التربية 2004

[81] POLYA, George. *How to solve it* traduit par MESSAGE, Colette sous le titre *Comment poser et résoudre un problème*. Dunord. Paris 1965.

	❸ Connaître les modèles mathématiques. ❹ Transférer les éléments d'un problème d'un schéma à un autre. ❺ Suivre le trajet d'un raisonnement. ❻ Lire et interpréter un problème mathématique.
Application	❶ Résoudre les problèmes mathématiques habituels. ❷ Faire des comparaisons entre des contenus mathématiques. ❸ Analyse les données mathématiques. ❹ Reconnaître les modèles et les analogies.
Analyse	❶ Résoudre les problèmes mathématiques inhabituels. ❷ Découvrir la relation entre les éléments et les ensembles. ❸ Formuler des démonstrations et des preuves. ❹ Donner un jugement critique des preuves. ❺ Formuler les généralisations, les conclusions et prouver leur validité.
Attitudes et péocupations	❶ S'orienter positivement vers les mathématique ❷ S'intéresser pour l'apprentissage des mathématiques et se préoccuper du bon accomplissement en mathématiques. ❸ Etre motivé par la réussite en mathématiques.

2.8.2. *Soutien et remédiation pédagogiques*

Signalons d'abord la proximité de signification entre les termes suivants : différenciation pédagogique, soutien et remédiation auquels on peut ajouter des termes tels que l'accompagnement ou l'étayage. Tous ces termes concernent les dispositifs de suivi individualisé destinés à pallier les difficultés des élèves.

1) Différenciation pédagogique

« La différenciation pédagogique est l'ensemble des procédures mises en oeuvre pour amener un groupe hétérogène au même objectif. L'acte d'enseignement doit dans ce cas particulier s'adapter aux besoins, aux niveaux qui peuvent apparaître au sein d'une même classe. Il faut reconnaître que tous les enfants ne sont pas égaux face à l'apprentissage. Ils n'ont pas tous la même vitesse de compréhension (ou d'assimilation, NDLR), les mêmes capacités ou les mêmes méthodes (stratégies, NDLR) pour accéder aux connaissances d'une part , d'autre part la motivation et la volonté d'apprendre sont très variables d'un individu à un autre » [82].

Pour FEYFANT [83], la différentiation est une pratique pédagogique visant à organiser et à prendre en charge, dans le même temps dans la classe, l'avancement de chaque élève; ce qui fait un « enseignement axé sur les besoins des

[82] DUBOIS, Aline. *Mise en place d'une situation de remédiation*. IUFM de bourgogne. 2004.

[83] FEYFANT, Annie. *La différenciation en classe*. Dossier de Veille de l'IFE. N° 113, novembre 2011

élèves ».

2)Soutien

« Le soutien est l'aide aux élèves présentant des difficultés (ponctuelles, passagères ou régulières). Le soutien consiste en premier lieu à corriger (des exercices), expliquer refaire, encourager, … pour permettre aux élèves de surmonter leur difficulté. Le soutien doit également minimiser les effets de l'hétérogénéité qui crée parfois dans les classes des écarts de niveau importants. Il faut donc permettre aux élèves les plus lents, les plus hésitants comme aux plus rapides de travailler à leur rythme. Ici, le soutien apporte des situations permettant de rattraper le retard pour les uns et d'approfondir des connaissances pour les autres [82].

Selon REVERDY [84], le soutien correspond au rattrapage et une reprise d'un contenu scolaire. Deux voix sont possibles : le renforcement qui utilise le même format pédagogique que celui de la classe, ou d'autres formes pédagogiques (motivantes, NDLR).

3) Remédiation

«La remédiation est la suite logique de l'évaluation formative ; si à la suite de celle-ci, l'enseignant effectue un changement de sa pratique pédagogique afin de s'adapter aux besoins de ses différents élèves, il se rapproche de la pédagogie différenciée (remédiation) et si par contre, l'enseignant se penche vers une aide individualisée, il entre dans le soutien scolaire (notion de remède) » [82].

L'idée de base dans la remédiation est que l'apprentissage en petits groupes peut favoriser la réussite des élèves par l'attention accrue de l'enseignant qui les aide à dépasser leur difficultés.

4) Accompagnement

Il y a eu un changement conceptuel dans la prise en charge des difficultés des élèves. «Le concept d'accompagnement des élèves, assurant « à chaque élève une prise en compte de ses besoins et de ses capacité », a remplacé celui d'aide aux seuls élèves en difficulté. Cet accompagnement devrait donc se faire en classe et pour tous les élèves. Dans les faits, aide et accompagnement coexistent, formant un amalgame de dispositifs aux terminologies variées et qui évoluent sans cesse » [85].

Il existe, bien entendu, des pistes pédagogiques et didactiques pour accompagner au quotidien les élèves et les aider à franchir les obstacles d'apprentissage au sein de la classe.

On ne peut réduire les procédures signalées ci-haut à une seule stratégie car ces procédures sont tributaires de chaque cas et des moyens didactiques disponibles.

Reste à souligner que l'accompagnement (ou l'étayage) est un acte intégré dans le processus d'apprentissage,

[82] DUBOIS, Aline. *Mise en place d'une situation de remédiation.* IUFM de Bourgogne. 2004.

[83] FEYFANT, Annie. *La différenciation en classe*. Dossier de Veille de l'IFE. N° 113, novembre 2011

[84] REYERDY, Catherine. *L'accompagnement à l'école : Dispositifs et réussite à l'école.*
Dossier de veille de l'IFE. N° 119. juin 2017.

[85] ibidem

outre le fait que c'est un volet de l'évaluation et l'un de ses affluents. Il permet de traiter les résultats constatés ou obtenus en les corrigeant, les orientant afin d'adopter des alterntives positives.

2.9. Matériel didactique

* Les ressources du matériel didactique constituent des supports et des aides qui contribuent à instaurer l'apprentissage. On ne doit pas les considérer comme des éléments séparés ciblés en tant que tels mais comme une partie de la stratégie de l'apprentissage.

Ces moyens jouent des rôles pédagogiques que l'on peut résumer dans les points suivants :

- Motiver l'apprenant et retenir son attention et son intérêt par l'objet de l'apprentissage, et ce par la diversité du traitement.
- Faciliter la construction des concepts et surmonter les obstacles et les difficultés épistémologiques.
- Consolider et affermir l'apprentissage à travers l'emploi des sens.
- Stimuler la capacité de l'apprenant à observer, à procéder à des analogies et à établir des liens.
- Economiser de temps et l'effort.

* Les supports didactiques varient selon les composantes des mathématiques. Ils peuvent être collectifs ou individuels. En dépit de cette distinction à caractère formel, ce qui caractérise chaque type réside dans la pratique en classe. On peut citer la contribution de chaque matériel didactique dans ce qui suit :

- Les supports didactiques collectifs encouragent la curiosité de l'apprenant, la parole, l'écoute, l'ouverture, la volonté d'apprendre et de partager ; ce qui favorise la sensibilisation pour les concepts et influe directement sur l'activité cognitive et intellectuelle de l'apprenant.
- Les supports didactiques individuels facilitent la consolidation et le renfoncement des concepts chez l'apprenant et lui ouvrent la possibilité de formalisation et d'investissement.

* En ce qui concerne l'utilisation pertinente et l'investissement du matériel didactique, il faut tenir compte des considérations suivantes :

(1) Les mathématiques, malgré qu'elles reposent, dans les premiers stades de l'apprentissage, sur l'investissement des moyens didactiques d'appui, elles dépassent tout cela pour aller vers l'abstraction dans les niveaux «supérieurs ». Mais cette remarque ne s'applique pas aux outils du dessin géométrique ou aux outils de mesure qui, plus l'apprenant avance dans sa scolarité et gravit les niveaux, plus son habileté et sa dextérité s'améliorent pour ces outils.

(2) Il convient d'éviter la surexploitation et la domination de tels outils aux dépends des concepts que l'on se propose d'étudier.

(3) Dans le cas où la capacité ciblée est déterminée avec précision, on peut recourir à un outil didactique que l'on confectionne à cet effet, à condition qu'il comporte le plus petit nombre d'indicateurs que l'on peut contrôler facilement.

(4) Envisager de créer et construire des supports didactiques chaque fois que l'occasion se présente et lorsque cela est possible.

* Quelques observations et principes relatifs à l'investissement des types d'outils didactiques les plus largement

s'imposent. Nous jugeons utile de les présenter ci-dessous :

● ***Le tableau***

Les élèves jouissent d'une mémoire visuelle extraordinaire. Par conséquent, le professeur doit veiller à l'utilisation du tableau avec soin et méthode ; et ce parce que le professeur est seul capable de bien utiliser cet outil non pas seulement selon ce qui a été accompli de la leçon, mais aussi suivant ce qui va suivre de cette leçon. Le professeur est aussi seul capable de décider à propos de ce qui doit être mis en relief (ou en évidence) pour sa valeur pédagogique et cognitive.

En outre, les performances des élèves au tableau sont de nature à les entraîner à l'organisation méthodologique et à la communication constructive.

● ***Les cahiers de cours et d'exercices.***

On y consigne les connaissances fondamentales et les réalisations. Ils permettent à l'élève de s'y référer en vue de la révision. Le contrôle de ces cahiers doit bénéficier de l'intérêt du professeur et qu'il soit continu pour que les élèves s'habituent au travail organisé et méthodique, et pour que l'enseignant puisse former une idée clair sur le profil de chaque élève, de son avancement et de ses aptitudes compte tenu de la valeur de ses facteurs pour l'orienter vers la bonne voie.

● ***Les outils géométriques***

Ce sont le compas, la règle (graduée ou non), le papier millimétré, les quadrillages, le papier calque, l'équerre et le rapporteur. Tous ces outils sont sont des supports qui autorisent la construction des concepts (et particulièrement ceux de géométrie).

On souligne, à cet égard, que nous avons intégré, dans le livre de l'élève, une liste des outils géométriques précités en précisant les domaines de leur utilisation.

Par ailleurs, les constructions géométriques constituent la colonne vertébrale de l'enseignement de la géométrie. Ce statut leur est dévolu pour leur contribution active au développement des capacités d'abstraction, de raisonnement et de résolution de problèmes. C'est pourquoi, on doit se concentrer sur la règle et le compas pour leur avantage certain pour l'économie d'effort d'une part, et d'autre part pour la compréhension des structures et des corrélations géométriques.

● ***Les solides***

L'adoption des solides, en tant qu'outils didactiques importants, permet de surmonter les difficultés posées par la géométrie dans l'espace, et favorise la possession d'une vision claire de l'espace et d'une conception des notions fondamentales.

● ***Le rétroprojecteur***

L'importance pédagogique du rétroprojecteur (ou du vidéoprojecteur) réside dans les rôles que nous avons signalés auparavant et dans d'autres avantages tels que :

- Il facilite le gain du temps qui peut alors être consacré à dessiner un graphique on un diagramme (par exemple, en statistique).

- Il autorise la diversité d'approche et de traitement.
- Il libère le professeur du travail répétitif dans la réalisation d'un dessin on d'un document.
- Il constitue un support visuel important et motivant.

● ***Le matériel informatique***

Parmi les avantages de tout appareil informatique (calculatrice, ordinateur, …), on cite :

- Calculer f(x) pour x donné.
- Réaliser des représentations graphiques (par des calculatrices programmables ou des ordinateurs disposant des logiciels permettant de faire des graphiques)
- Concentrer son effort sur la résolution de certains problèmes complexes au lieu de plonger dans les difficultés calculatoires qui les accompagnent.
- Faciliter la découverte de certaines propriétés.
- Permettre la matérialisation des solides et des figures géométriques dans l'espace avec la possibilité de les animer et d'étudier leurs différents éléments.
- Favoriser l'accomplissement d'algorithmes et leur évaluation.

Chapitre III

III . PROGRAMME DE MATHÉMATIQUES DE L'ENSEIGNEMENT SECONDAIRE COLLÉGIAL

3.1. Programme et orientations pédagogiques de l'enseignement secondaire collégial

3.2. Lecture didactique des contenus du programme

3.3. Activités préparatoires

3.1. PROGRAMME DE MATHÉMATIQUES DE L'ENSEIGNEMENT SCOLAIRE COLLÉGIAL

Introduction :

Le cycle collégial reçoit les élèves de l'enseignement primaire et les prépare à poursuivre leur scolarité jusqu'au tronc commun du cycle qualifiant. Parmi les objectifs de cycle, on peut citer l'organisation et la conslidation des acquis des élèves, leur développement et leur renforcement par le biais du perfectionnement et de la maîtrise des quatre opérations sur les nombres décimaux et fractionnaires, puis sur les nombres rationnels et les racines carrées et par l'utilisation appropriée des outils géométriques, et l'investissement et l'exploitation des unités de mesure / Le programme vise aussi à doter l'apprenant d'une bonne dose de connaissance mathématique lui permettant de pratiquer une activité mathématique réelle.Ce qui favorise le passage du modèle calculatoire au modèle algébrique , et facilite la transition de la description à l'observation, l'expérience, la déduction des résultats et leurs démonstrations ; et l'emploi des démarches adéquates dans la recherche des solutions aux problèmes mathématiques divers et le traitement des problèmes ouverts.

Les activités, les manipulations et les expériences (calcul numérique avec ou sans calculatrice, les constructions géométriques et les mesures) permettent de déduire les conjectures et de donner un sens aux définitions, propriétés et théorèmes étudiés.Toutefois, on doit veiller à ce que l'élève les distingue de la preuve et de la démonstration tout en mettant au clair ce qui a été démontré et ce qui a été admis sans démonstration.

L'activité mathématique, exercée par l'élève du collège, participe avec d'autres disciplines à la pratique de l'approche scientifique et développe chez lui les aptitudes et les compétences de l'expérience, de la preuve, du sens critique, de la capacité de faire un choix, de l'observation, de la lucidité d'esprit et la précision du jugement, et active ses facultés d'imagination, de conception et d'abstraction.

Tout cela permet de développer les capacités de l'élève au travail personnel et contribue à son apprentissage et à la recherche d'informations et à les organiser et à se procurer et maîtriser les techniques de communication. En s'exerçant à la pratique du raisonnement, l'élève aura acquis des formes diverses d'expression et de dialogue (figures - nombres - tableaux - représentations - graphiques ...)

Pour qu'il n'y a pas de rupture avec l'enseignement primaire et pour assurer la continuité et la complétion, le programme de mathématiques des trois années du cycle collégial est constitué de trois axes : **Activités numériques - Activités géométriques - Organisation des données et fonctions numériques.** Mais il faut, à cet égard, souligner que chacun de ces axes est intimement lié aux autres. Ainsi, les nombres sont utilisés en géométrie et les formes et les représentations géométriques sont employées en algèbre.

Pour que les élèves puissent se consacrer au perfectionnement de leurs compétences dans les opérations sur les nombres, toute présentation ou construction des ensembles de nombres, a été évitée. Par ailleurs, le nombre de propriétés est réduit afin d'échapper à la répétition inutile ; les thèmes et sujets homogènes et couvergents sont étudiés en unités. Ainsi, on apprend :

● **En géométrie :** les propriétés et les relations dans les figures géométriques fondamentales (le triangle, le parallélogramme, le trapèze et le cercle) ; l'approche de la notion de transformations (symétrie centrale - symétrie axiale - translation) ; la représentation des figures de l'espace; et l'acquisition de la capacité de raisonnement et de rédaction de façon progressive.

● **En calcul numérique :** la maîtrise du calcul sur les nombres décimaux relatifs, les nombres rationnels et les racines carrées ; la sensibilisation puis la pratique du calcul littéral (techniques de développement et de factorisation) et la résolution des équations et des inéquations.

● **En organisation des données et fonctions :** l'acquisition de certains outils statistiques nécessaires, leur élévation et renforcement et leur utilisation dans d'autres disciplines scolaires et dans la vie réelle.

● Il faut soulignier ici que la proportionnalité est un sujet essentiel et fondamental dans les trois composantes en tant que domaine fertile pour la résolution de problèmes.

L'accent est mis sur la résolution de problèmes et la présentation des nouveaux concepts à partir des acquis des élèves tout en évitant les démarches artificielles et l'entraînement répétitif excessif à la résolution d'un certain type d'exercices similaires; et ce afin que l'élève puisse affronter des situations imprévues et inopinées, la résolution de problèmes inattendus et la distinction entre le vrai et le faux.

Concernant la terminologie et les symboles conventionnels, leur présentation est progressive et tient compte des acquis de l'apprenant au primaire afin d'assurer l'uniformité et la progressivité.

Parmi les symboles déja traités, on peut mentionner : $<$ et $>$ qui signifient respectivement ''plus petit que'' et '' plus grand que '' (le terme '' strictement n'étant pas nécessaire) ; et :

$$AB \; ; \; (AB) \; ; \; [AB] \; ; \; [AB) \; ; \; ABC \; ; \; \widehat{ABC} \; ; \; a^2 \; ; \; a^3$$

Au début de ce cycle, l'élève rencontre et se familiarise petit à petit avec les symboles $\leq$ et $\geq$ (plus petit ou égal, plus grand ou égal) et avec d'autres symboles simples sans qu'ils soient l'objet d'un cours.

1 Programme de mathématiques en 1ère année de l'enseignement secondaire collégial

Premier semestre

1. Activités numériques		
Contenu	**Capacités attendues**	**Orientations pédagogiques**
1.1. Opérations sur les nombres entiers et les nombres décimaux positifs	● Ecrire une expression composée d'un enchaînement d'opérations ● Reconnaître les deux relations : $k(a + b) = ka + kb$ $k(a + b) = ka – kb$ et les utiliser dans les deux sens.	● Les élèves ont été confronté, au niveau de l'enseignement primaire, aux nombres entiers naturels, aux nombres fractionnaires positifs. C'est pourquoi, on ne doit pas faire de nouveau une présentation de ces nombres, à ce niveau. ● On procède à la sensibilisation pour l'utilisation des lettres dans le calcul algébrique, étant donné le rôle qu'elle ne cesse d'occuper dans de multiples domaines de la vie ; puis à l'investisement des lettres de façon graduelle progressive dans la simplification de l'écriture de quelques expressions algébriques. ● Se consacrer à la priorité dans l'accomplissement des opérations
1.2 Nombres en écriture fractionnaire : ● **Multiplication** ● **Addition**	● Exprimer un nombre par plusieurs écritures fractionnaires. ● Multiplier deux nombres fractionnaires. ● Rendre entier naturel un dénominateur décimal. ● Comparer, additionner et soustraire des fractions.	● Dans l'enseignement primaire, on a abordé les nombres fractionnaires, les opérations sur ceux-ci et l'écriture d'un nombre fractionnaire sous forme simplifiée, à travers des activités.En conséquence, on doit inverstir les différentes connaissances et capacités acquises autour de ces apprentissages, les consolider et les renforcer. ● On doit éviter toute construction théorique des nombres fractionnaires ; on peut les considérer comme nombres s'écrivant sous la forme $\frac{a}{b}$ où a est un entier naturel et b un entier naturel non nul. ● À travers des activités et des exercices, on rappelle les caractéristiques des opéra-

		tions d'addition et de multiplication, de la comparaison ; et on aborde la simplification, **la somme et la différences de nombres fractionnaires dont les dénominateurs sont différents.** ● On utilise les critères de divisibilité dans la simplification.
1.3 Nombres décimaux relatifs : ● **Ordre** ● **Multiplication** ● **Addition** ● **Quotient** ● **Puissances :** *** Propriété des puissances** *** Puissances de 10.**	● Ranger des nombres décimaux relatifs par ordre croissant ou décroissant ● Graduer une droite. ● Additionner des nombres décimaux relatifs. ● Ecrire une différence sous forme de somme. ● Utiliser les parenthèses à travers des activités numériques. ● Factoriser des sommes algébriques simples.	● On présente les décimaux relatifs à partir d'activités reposant sur l'expérience accumulée chez l'élève. On peut faire appel à la droite graduée ou à la calculatrice, puis utiliser les deux termes : nombre entier relatif et nombre décimal relatif. On peut adopter toute méthode pertinente pour introduire les opérations sur les nombres fractionnaires relatifs (extension aux nombres fractionnaires ; règle des signes , ...) ● La valeur absolue est une notion hors programme. ● Après avoir défini la différence, on énonce la propriété : $a - b = a + (-b)$ et on l'emploie dans la résolution d'exercices et dans l'étude de quelques applications sur l'égalité et la somme, l'égalité et la différence en vue de préparer les élèves au calcul numérique et algébrique en 1ère étape et aux équations en 2ème étape. ● On utilise quelques techniques acquises pour organiser le calcul des sommes numériques (commutativité , associativité, opposé d'une somme) sans pour autant que ces caractértistiques soient l'objet d'une étude théorique.
	● Calculer le produit de plusieurs décimaux relatifs. ● Calculer le quotient de deux nombres	● Les propriétés de la :multiplication sont présentées à partir d'exemples . ● Après avoir défini l'inverse d'un nombre

	décimaux relatifs. ● Reconnaître l'écriture $\frac{a}{b}$. ● Calculer des valeurs approchées du quotient de deux nombres décimaux relatifs et encadrer ce quotient.	et en utilisant la calculatrice, on peut observer que le quotient d'un nombre décimal relatif par un nombre décimal relatif non nul, est le produit du premier nombre par l'inverse du second nombre. ● On utilise la technique de la division pour déterminer des valeurs approchées par excès et par défaut du quotient de deux nombres décimaux relatifs. ● La calculatrice est considérée comme un outil d'aide dans le traitement des concepts précédents (addition de deux nombres ; multiplication de deux nombres ; calcul des valeurs approchées d'un nombre fractionnaire ; calcul de sommes algébriques ...)
	● Reconnaître la puissance d'un nombre. ● Utiliser les propriétés des puissances de 10.	● On doit veiller que les élèves connaissent bien l'écriture scientifique d'un nombre et qu'ils sont conscients que certaines calculatrices donnent souvent une approximation décimale du résultat.
	● Calculer des sommes algébriques.	● On doit vérifier à ce que les élèves acquièrent les techniques relatives à l'utilisation de la calculatrice pratique (priorités sur les opérations ; fonctions des touches, ...)

Activités géométriques

Contenu	Capacités attendues	Orientations pédagogiques
2.1. Concepts fondamentaux	● Construire des figures géométriques usuelles (rectangle ; triangle ; losange ; ...) ● Mesurer et comparer des longueurs, des périmètres, des aires et des angles de quelques figures géométriques dans le plan.	● On s'appuie sur l'observation, l'expérience et la déduction logique des résultats, lors de la présentation des différentes propriétés relatives aux concepts figurant dans ces activités variées qui emploient les différents moyens disponibles, avec le souci

		de soigner les constructions géométriques. Quant à la preuve (la démonstration), elle n’est fournie que dans les cas simples et de façon progressive. ● Tous les concepts de base, intervenant dans ce paragraphe, sont familiers chez les élèves. Par conséquent, il n’y a pas lieu de les définir. ● On doit veiller à mettre en évidence les relations entre les parties du plan et pousser les élèves à utiliser correctement des termes tels que : droite ; demi-droite ; segment ; segment isométrique à un segment; ● Droite perpendiculaire à une autre droite; droite parallèle à une droite ; alignement de points, symétrie axiale; médiatrice d’un segment ; bissectrice d’un angle ; hauteur d’un triangle. ● A chaque occasion, on exploite le concept de distance et on le relie à des problèmes numériques.
2.2. Le triangle : **● Triangle**	● Utiliser la somme des angles d'un triangle dans des situations différentes et l'appliquer à des triangles particuliers (triangle isocèle ; triangle équilatéral ; triangle rectangle). ● Construire un triangle dont les longueurs des côtés sont données. ● Reconnaître l’inégalité triangulaire et l’utiliser.	● On admet que la somme des angles d’un triangle vaut 180 degrés, on appliques ce résultat à des triangles particuliers et on démontre cette propriété au paragraphe relatif aux angles déterminés par deux droites parallèles et une sécante. On admet aussi la propriété caractéristique des points d’un cercle pour en déduire l’inégalité triangulaire et on l’emploie pour construire un triangle dont la mesure de l’un de ses côtés et par les deux angles adjacents à ce côté, ou déterminé par les mesures de deux côtés et par l’angle qu’ils forment.

• **Perpendicularité** • **Médiatrices d'un triangle ; bissectrices d'un triangle**	• Construire une droite perpendiculaire à une autre droite donnée. • Construire une droite perpendiculaire à une droite donné et passant par un point donné. • Construire les hauteurs d'un triangle. • Déterminer l'orthocentre d'un triangle. • Reconnaître la médiatrice d'un segment. • Reconnaître et utiliser la propriété caractéristique de la médiatrice d'un segment. • Construire le cercle circonscrit à un triangle. • Construire les bissectrices des angles d'un triangle. • Reconnaître la propriété caractéristique de la bissectrice d'un angle. • Construire le cercle inscrit dans un triangle.	• On doit rappeler les concepts de perpendicularité et de symétrie axiale et des propriétés relatives à celles-ci. Ces propriétés, acquises au primaire, nécessitent d'être évoluées et rechaussées à travers des activités variées et ciblées, et d'être utilisées dans des démonstrations simples, par exemple : tout quadrilatère dont trois angles sont droits est un rectangle ; les diagonales d'un losange sont perpendiculaires ; ... • On présente la propriété caractéristique de la bissectrice d'un angle à travers des activités. À ce niveau, on accepte d'utiliser le projeté orthogonal et la distance d'un point à une droite. • On admet la propriété du concours des hauteurs d'un triangle à travers des activités. En revanche, les deux propriétés du concours des bissectrices d'un triangle au centre du cercle inscrit et des médiatrices d'un triangle au centre du cercle circonscrit, elles sont démontrables.

Second semestre (1ère année)

Activités numériques

Contenu	Capacités attendues	Orientations pédagogiques
1.1. Développement et factorisation	• Développer un produit et factoriser une somme de nombres décimaux.	• On doit proposer des activités variés pour enraciner la différence entre le développement et la factorisation, et habituer les élèves à mettre en évidence le facteur commun aux termes d'une somme numérique ou algébrique. On doit aussi souligner le rôle de la factorisation dans le calcul mental (ou rapide) et dans la simplification du calcul de façon plus générale. À cette occasion , on maintient et on préserve

		les règles d'ajout et de suppression des parenthèses, on élargit le champ du calcul algébrique et on affermit les priorités entre les opérations. ● La maîtrise des identités remarquablles n'est pas recherchée.
1.2. Equations	● Identifier l'inconnue. ● Reconnaître quelques techniques simples pour résoudre des problèmes. ● Trouver la solution et valider les solutions obtenues. ● Mathématiser des situations différentes.	● La résolution d'équations vise à accoutumer les élèves à la résolution de problèmes émanant de la réalité vécue, et les entraîner à mathématiser différentes situations ; et ce : **a.** En déterminant et en analysant (linguistiquement et conceptuellement) les données. **b.** En choisissant l'inconnue convenable ; **c.** En sélectionnant les outils mathématiques nécessaires et en les utilisant pour résoudre le problème proposé. **d.** En interprétant les résultats obtenus. Pour y parvenir, on présente ces concepts en se basant sur des activités variés par lesquelles on sensibilise les élèves aux concepts d'inconnue et d'équation puis on passe à la définition et à l'utilisation des propriétés des égalités dans la résolution de quelques équations. En outre, on présente des problèmes divers pour que les élèves se rendent compte de l'objectif poursuivi par l'introduction des équations dans la résolution de problèmes afin de dépasser le stade calculatoire, auquel les élèves sont habitués, au stade algébrique. ● Ne pas recourir excessivement à résoudre des équations dont l'objectif est purement technique. ● On donne la solution on les solutions en utilisant la phrase : La solution de l'équation est ...

Activités géométriques		
Contenu	**Capacités attendues**	**Orientations pédagogiques**
2.1 Symétrie centrale et parallélogramme : **● Symétrie centrale**	● Construire le symétrique d'un point, d'un segment, d'une droite, d'une demi-droite, d'un angle et d'un cercle. ● Etudier la conservation de la distance, de l'alignement, de l'aire et des angles (mesure) ● Reconnaître le parallélogramme et ses propriétés relatives aux côtés et aux angles. ● Relier les propriété du parallélogramme à la symétrie centrale.	● La symétrie centrale constitue un outil fort dans l'étude des figures dans le plan et dans l'étude des transformations conservant la distance. De plus la symétrie centrale est étroitement liée au parallélogramme et permet d'étudier ses propriétés de façon complète. ● Ne pas présenter la symétrie axiale sous la forme d'une application du plan. ● La symétrie centrale est un acquis que l'on utilise et renforce et constitue avec le parallélogramme un outil efficace pour résoudre des problèmes divers (quadrilatères particuliers ...) et pour entaîner l'élève et l'habituer à la démonstration et la justification des constructions et des résultats. ● On doit insister sur la conservation, par la symétrie centrale , de la distance, de l'alignement et des angles, et ce en se basant sur l'observation, l'expérience et la mesure.
● Quadrilatères particuliers	● Reconnaître le losange, le carré et le rectangle. ● Déterminer un centre de symétrie ou un axe de symétrie des figures géométriques simples.	● On présente le rectangle, le carré et le losange commme cas particuliers d'un parallélogramme. ● On emploie les propriétés de ces quadrilatères dans les applications et les activités.
● Deux droites parallèles et une sécante	● Reconnaître et utiliser les propriétés relatives aux angles formés par deux parallèles et une sécante.	● Ce paragraphe apporte des applications supplémentaires de la symétrie centrale et du parallélisme dans le plan. D'ailleurs, on démontre les propriétés suivantes : ***a.*** Si deux droites sont parallèles toute droite perpendiculaire à l'une d'elles est perpendiculaire à l'autre.

		b. Deux droites perendiculaires à une troisième droite, sont parallèles. ***c.*** La somme des angles d'un triangle est égale à 180 degrés. ● On rappelle quelques acquisitions des élèves à propos des angles et de leur notation (angles adjacents ; angles complémentaires ; angles opposés par le sommet) et on détermine les différents angles formés par deux parallèles et une sécante (angles alternes- internes , angles correspondants).
2.2 Cercle	● Reconnaître le centre, la corde, le diamètre et la tangente et la construire.	● Le cercle figure parmi les concepts que les élèves ont déja rencontré, reconnu et traité. Ils l'ont employé soit de façon implicite, soit explicitement dans différentes activités au niveau de l'enseignement primaire, et dans certains chapitres précédents cette année. Aussi, il faut renforcer ce traitement et le rehausser à travers la définition d'un cercle qui s'appuie sur la propriété caractéristique de ses points. ● On présente quelques activités sur le cercle en vue d'accomplir quelques constructions géométriques, leur donner une justification et présenter quelques preuves relatives à celles-ci, telles que : ***a.*** Toute droite perpendiculaire à une corde dans un cercle, et passant par son centre, est la médiatrice de cette corde . ***b.*** Tout triangle dont l'un des côtés est un diamètre de son cercle circonscrit, est un triangle rectangle..
2.3. Prisme droit et cylindre	● Construire un modèle de prisme droit dont la base est un triangle ou un parallélogramme de dimensions données.	● Se familiariser avec les concepts de droites et de plan dans l'espace. ● Instaurer les représentations (conceptions)

	● Construire un modèle de cylindre droit de base un cercle dont le rayon est donné. ● Calculer l'aire latérale et le volume d'un prisme droit. ● Calculer l'aire latérale et le volume d'un cylindre. ● Représenter ces deux solides sans utiliser les outils géométriques.	mentales autour du parallélisme et la perpendicularité dans l'espace. ● Accomplissement du développement des deux solides étudiés. ● On admet les formules des aires et des volumes. ● On admet les formulers des aires et des volumes. ● On utilise le matérial informatique, dans la mesure du possible pour rectifier les représentations et les visions des élèves autour des notions géométriques dans l'espace.

Activités graphiques et statistiques

Contenu	Capacités attendues	Orientations pédagogiques
● **Droite graduée** ● **Repère dans le plan**	● Sur une droite graduée : ① lire l'abscisse d'un point donné ; ② représenter un point d'abscisse donnée ; ③ déterminer la distance entre deux points d'abscisse données ; ④ représenter un point d'abscisse donnée ; ● Dans le plan rapporté à un repère : ① lire les coordonnées d'un point donné ou déterminer des valeurs approchées de celles-ci ; ② représenter un point dont les coordonnées sont données.	● L'objectif n'est pas de reprendre ce qui a été étudié auparavant, mais on doit utiliser ces concepts dans les leçons d'algèbre et de géométrie dès le début de l'année. ● Les activités relatives à la collecte et à l'organisation des informations et des données développent chez l'élève les capacités de : ***a.*** comprendre la relation entre un nombre et un point sur droite graduée par les nombres entiers, puis utiliser des nombres décimaux relatifs. ***b.*** relier la distance, entre deux points sur une droite graduée, et la différence de deux nombres; ***c.*** connaître la position d'un point dans le plan rapporté à un repère ortghogonal.
● **Proportionnalité**	● Calculer le coefficient de proportionnalité. ● Reconnaître la proportionnalité à travers des tableaux. ● Compléter un tableau de nombres qui représente une relation de proportionnalité,	● On présente cette partie comme renforcement et comme prolongement de ce qui a été présenté auparavant (au primaire) sans étude théorique.

	et qui contient des données partielles. ● Calculer et utiliser les pourcentages.	● Concernant les activités numériques, on peut exploiter les formules des longueurs, des aires, des volumes et de la vitesse moyenne. Ainsi, on peut étudier les variations de l'aire d'un triangle, d'un parallélogramme, d'un cylindre ... ou de la longueur (périmètre, par exemple) en fonction d'une variable que l'on choisira. On prépare au concept de fonction en utilisant, par exemple, la distance en fonction du temps, l'aire d'un disque en fonction du rayon). ● Calculer et utiliser l'échelle des plans et des cartes. ● Calculer et utiliser la vitesse moyenne (mettre en évidence la proportionnalité de la durée et de la distance) ● Convertir quelques unités de mesure.
● **Statistique**	● Lire et interpréter un tableu statistique, un diagramme en bâtons et un diagramme circulaire ; et déterminer la population statistique. ● Présenter une série statistique sous forme de tableau ou la représenter sous forme de diagramme ou de graphique. ● Classer des données statistiques.	● Ce paragraphe vise à faire acquérir, par les élèves, l'habileté de recueillir des informations et des données concernant une population statistique et de les présenter sous forme de tableaux numériques ou de graphiques. Toutefois, on doit veiller à ce que les données statistiques, objet de l'étude, soient réelles (authentiques) puisées dans des domaines variés sociaux, économiques ou scientifiques ayant un lient étroit avec la vie courante de l'élève et avec d'autres disciplines scolaires. ● On peut exploiter les logiciels informatiques incorporés aux ordinateurs, dans la limite des disponibilités des établissements scolaires.

Répartition proposée du programme de mathématiques
1ère année secondaire collégiale

Premier semestre	Deuxième semestre
Activités numériques : ● Opérations sur les nombrers entiers et les nombres décimaux positifs (10h) ● Nombres fractionnaires (12h) ● Nombres décimaux relatifs (22h) ***Activités géométriques :*** ● Concepte fondamentaux (15h) ● Le triangle (15h)	***Activités numériques :*** ● Développement et factorisation (8h). ● Equations (7h). ***Activités géométriques :*** ● Symétrie centrale et parallélogramme Quadrilatères particuliers. Deux droites parallèles et sécante (28h) ● Cercle (6h) ● Prisme droit et cylindre (8h) ***Activités graphiques et statistiques*** ● Droites graduée et repère dans le plan (5h) ● Proportionnalité (6h) ● Statistique (6h)

Observations :

1. L'ordre d'accomplissement des paragraphes de chaque semestre est effectué selon un ordre établi au niveau régional.
2. Chaque semestre est ponctué de trois devoirs surveillés dont la durée de chacun est d'une heure; la durée de présentation d'une compte rendu, pour chacun d'eux, est aussi d'une heure.
3. Chaque semestre est ponctué de trois devoirs à la maison et la durée de présentation du compte rendu de chacun d'eux est d'une heure.
4. Des séances de soutien et de consolidation seront menées chaque semestre.

2 Programme de mathématiques en 2ème année de l'enseignement secondaire collégial

Premier semestre

<table>
<tr><th colspan="3">Activités numériques</th></tr>
<tr><th>Contenu</th><th>Capacités attendues</th><th>Orientations pédagogiques</th></tr>
<tr><td>• Calcul numérique dans l'ensemble des nombres rationnels :
① Opérations sur les nombres rationnels.
② Puissances.
• Puissances à exposant négatif.</td><td>• Maîtriser les quatre opérations.
• Reconnaître l'inverse d'un nombre rationnel, $\frac{a}{b} = a \times \frac{1}{b}$ et l'écriture $\frac{1}{a} = a^{-1}$.
• Utiliser les relations
* $a^m \times a^n = a^{m+n}$
* $(ab)^n = a^n \times b^n$
* $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$ à travers des exemples.
• Reconnaître l'écriture scientifique et l'ordre de grandeur d'un nombre.
• Maîtriser les puissances d'exposant négatif.</td><td>• Toute construction théorique des nombres rationnels est à éviter.
Les nombres rationnels, en revancche, sont conçus comme nombres qui s'écrivent sous la forme $\frac{a}{b}$ où a est nombre entier relatif et b un entier naturel non nul, tout en notant que le quotient d'un nombre décimal relatif par un nombre décimal relatif, se ramène à cette écriture.
Par ailleurs, les notations relatives à l'écriture des ensembles de nombres, sont considérés hors programme.
• On met l'accent sur le produit et la somme à travers des activités simples et diversifiées.
• Les opérations sur les nombres rationnels et les puissances et leurs propriétés sont considérés comme extensions des opérations sur les nombres décimaux relatifs.
• On doit s'éloigner de l'excès dans le calcul technique pur et simple.
En contrepartie, on doit se pencher sur les puissances d'exposants négatifs du nombre 10, en raison de ses différentes utilisations dans divers domaines.
• On utilise les propriétés des opérations et des puissances pour simplifier et calculer quelques sommes algébriques.</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th colspan="3">Activités géométriques</th></tr>
<tr><th>Contenu</th><th>Capacités attendues</th><th>Orientations pédagogiques</th></tr>
<tr><td>• Symétrie axiale</td><td>• Construire le symétrique d'un point, d'un segment, d'une droite , d'une demi-droite, d'un angle et d'un cercle.</td><td>• La symétrie axiale est un outil fort dans l'étude des figures géométriques (et particulièrement celles qui sont symétriques).</td></tr>
</table>

	● Utiliser la symétrie centrale dans la résolution de problèmes géométriques. ● Employer et investir les propriétés du parallélogramme.	Elle est considérée parmi les acquis des élèves qu'ils ont déja octroyés et traités au niveau du primaire. Aussi, on doit la renforcer, la rehausser et l'employer dans la résolution de problèmes géométriques divers en vue d'entraîner les élèves à la démonstration et la justification des constructions et la justification des constructions et des résultats. ● La présentation de la symétrie axiale en tant qu'application du plan, est à éviter. D'ailleurs, toutes ses propriétés (conservation de la distance ; de l'alignement ; de l'aire ; des mesures des angles , ...) doivent être déduites d'activités bien choisies et en s'appuyant sur l'observation, l'expérience et la mesure. On exploite ces activités pour élaborer des démonstrations simples.
● **Droites remarquables dans le triangle**	● Reconnaître les propriétés des hauteurs, des médiances, des médiatrices et des bissectrices d'un triangle ; et les utiliser. ● Reconnaître la position du centre de gravité sur la médiane.	● Les élèves ont déja confronté quelques droites remarquables dans un triangle (les médiatrices ; les hauteurs ; les bissectrices) et ont reconnu quelques-unes de leurs propriétés (intersection) que l'on doit rappeler rapidement pour se concentrer sur les médianes d'un triangle et employer les propriétés de toutes ces droites dans les démonstrations, et les investir dans la résolution de problèmes.
● **Droites passant par les milieux de deux côtés d'un triangle** ● **Droites parallèles à l'un des côtés d'un triangle et coupant les deux autre côtés.**	● Connaître et utiliser les deux théorèmes suivants : ① Dans un triangle, la droite passant par les milieux de deux côtés, est parallèle à la droite portant le troisième côté. ② La longueur du segment joignant les milieux de deux côtés d'un triangle,	● On peut démontrer ces théorèmes si le niveau des élèves le permet. Si on accepte de le faire, il convient de le clarifier aux élèves (le théorème de Thalès sera étudié en troisème année) . Ce paragraphe est une occasion d'investir les propriétés du parallélogramme et de la symétrie axiale.

	est égale à la moitié de la longueur du troisième côté. ● Utiliser le théorème suivant : Dans un triangle ABC, si $M \in [AB]$ et $N \in [AC]$ et $(MN) // (BC)$, alors : $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$ ● Diviser un segment en segments isométriques.	

Second semestre (2ème année)

Activités numériques

Contenu	Capacités attendues	Orientations pédagogiques
1.1. Cacul littéral : ● **Simplification** ● **Développement** ● **Factorisation**	● Simplifier des expressions d'une seule variable . ● Développer des expressions du genre $(a + b) (c + d)$. ● Factoriser des expressions simples.	● Le calcul littéral et la codification (des opérations symboliques) sont parmi les outils qui ont contribué à la simplification de l'écriture mathématique et à l'évolution de l'enseignement des disciplines scientifiques et technologiques de façon notable. En effet, pour exprimer des relations reliant les éléments du plan ou de l'espace, pour généraliser des formules et des techniques actuelles de calcul, sur les nombres ou pour exploiter les techniques actuelles de collecte, de description et d'étude de données et d'autres, on s'appuie sur les lettres et les symbles. Par ailleurs, les élèves, en toutes circonstances, sont appelés à bien connaître toutes ces techniques. D'ailleurs, les élèves de ce niveau ont déja utilisé la codification et les lettres en plusieurs occasions précédentes (éléments du plan ; formules des opérations sur les nombres ; ...). Les orientations visent donc à adopter la codification et à recourir aux lettres de façon graduelle dans plusieurs domaines des mathématiques (calcul sur les nombres ; développement et factorisation ; résolution des équations ; ...) ● On doit choisir ou élaborer des activités à travers lesquelles les élèves ressentent

		la nécessité et l'importance de recourir à l'utilisation des symboles et des lettres : simplification d'expressions et calcul de valeurs numériques de ces expressions ; mise en évidence de l'intérêt de mettre ou de supprimer des parenthèses (étant donné que les élèves ne sont pas conscients de l'objectif de leur suppression lorsqu'il s'agit d'un calcul purement numérique) ; utilisation du calcul littéral dans la mathématisation des situations différentes ; ... ● On doit veiller à consolider les différentes règles et techniques acquises relatives au calcul algébrique, et les transcender durant cette année et pendant les autres années scolaires à venir jusqu'à ce que les habiletés et les techniques soient progressivement intériorisés. ● On poursuit, cette année, le traitement des expressions algébriques, de façon graduelle. ● On doit insister sur le rôle de l'associativité dans le développement et la factorisation de sommes de la forme. $2(2x+3)-7(2x+3)+\frac{2}{3}(2x+3)$; $(1-x)(2x+3)-7(2x+3)$; $(x+3)(2x+3)-(-x+7)(2x+3)$. ● On doit aborder les identités remarquables sans excès, et les employer dans le calcul ou la factorisation d'expressions simples.
1. 2. Equations :	● Résoudre des équations du premier degré à une inconnue ou résoudre des équations simples qui se ramènent à une équation du premier degré à une inconnue. ● Mathématiser une situation, la résoudre en utilisant une équation du premier degré à une inconnue et interpréter le résultat.	● Ce chapitre vise à accoutumer l'élève à résoudre des problèmes émanant de la réalité vécue, et à l'entraîner à mathématiser des situations différentes ; et ce par : la détermination et l'analyse des données (linguistiquement et conceptuellement) , le choix convenable de l'inconnue , la recherche des outils mathématiques nécessaires et leur emploi

		pour résoudre le problème proposé puis l'interprétation des résultats obtenus. ● Toutes les équations ou situations qui se ramènent à des équations qui se ramènent à des équations paramétrées (du premier degré à une inconnue) sont en dehors du programme. ● On doit veiller à présenter les solutions des équations, à ce niveau, formulées de la manière suivante : la solution de l'équation est ...
1.3. Ordre et opérations	● Comparer deux nombres rationnels. ● Utiliser les règles liées a l'ordre et l'addition. ● Utiliser les règles liées à l'ordre et la multiplication (multiplication des deux membres d'une inégalité par un nombre positif).	● L'emploi de l'ordre dans la comparaison des nombres, est l'une des techniques à laquelle les élèves se sont déja exercés. En conséquence, on doit veiller à la consolider et la rehausser à travers l'utilisation des règles liées à l'ordre et aux opérations. Au fait , on doit exploiter la calculatrice pour donner des valeurs approchées au quotient de deux nombres, et utiliser ce mécanisme comme l'un des moyens de comparaison de deux nombres.

Activités graphiques et statistiques

Contenu	Capacités attendues	Orientations pédagogiques
● **Proportionnalité**	● Relier la proportionnalité à l'alignement des points avec l'origine du repère. ● Lire une représentation graphique. ● Reconnaître et traiter des situations de proportionnalité telles que la vitesse moyenne et d'autres situations se rapportant à d'autres disciplins scolaires. ● Représenter graphiquement une situation de proportinnalité dans un repère. ● Analyser les tableaux et les graphiques pour reconnaître et identifier les proporiétés et les relations.	● La proportionalité joue un rôle essentiel en mathématiques et dans d'autres disciplines (sciences physiques ; sciences de la vie et de la terre ; géographie ; ...) où l'on veut exprimer la nature de la correspondance qui relie entre plusieurs nombres ou données. Pour présenter ce concept, on doit se baser sur des exemples concrets et diversifiés. Par ailleurs, parmi les activités que l'on peut solliciter pour ancrer fermement le concept de proportionnalité, on cite : l'échelle des plans ; les pourcentages ; la vitesse moyenne ; ... (ce sont des notions que l'élève a pu

		reconnaître au cycle moyen de l'enseignement primaire et en première année de l'enseignement secondaire collégial) Il est souhaitable de partir de tableaux ou de graphiques pour déterminer le coefficient de proportionnalité ou pour dégager quelques résultats. ● On peut utiliser l'abscisse d'un point ou son ordonnée.
● Statistique	● Calculer l'effectif cumulé. ● Calculer la fréquence cumulée. ● Calculer la moyenne arithmétique. ● Construire des représentation graphiques.	● Ce paragraphe vise à faire acquérir aux élèves l'habileté de recueillir des informations et des données autour d'une population statistique, et de les exposer sous forme de tableux numériques ou de graphiques. Mais, ou doit veiller à ce que les données statistiques, objet de l'étude, soient authentiques et puisées dans des domaines variés, sociaux, économiques ou scientifiques et qu'elles soient étroitement liées à la vie courante de l'élève, et à d'autre disciplines scolaires. ● On peut exploiter les logiciels informatiques incorporés aux ordinateurs dans la limite des disponibilités des établissements scolaires. ● On doit faire un rappel du caractère, des valeurs du caractère, de l'effectif, la fréquence et la série statistique. ● Les exemples sont accompagnés de représentations graphiques (diagrammes en bâtons, diagramme à ligne brisée; diagramme à barres)

Activités géomériques

Contenu	Capacités attendues	Orientations pédagogiques
3.1. Triangle rectangle et cercle : **● Cercle circonscrit à un triangle.**	● Reconnaître la propriété caractéristique d'un triangle rectangle et inscrit dans un demi-cercle.	● Ce paragraphe vise à établir quelques relations métriques dans un triangle rectangle, et à mettre en reltief ses prpriétés

● Théorème de Pythagore. **● Présentation des nombres réels.** **● Cosinus d'un angle aigu.**	● Reconnaître le théorème de Pythagore. ● Calculer la longueur d'un côté en fonction des deux autres côtés, dans un triangle rectangle. ● Donner des valeurs approchées en utilisant la touche $\sqrt{\ }$ de la calculatrice. ● Reconnaître le cosinus dans un triangle rectangle et utiliser la relation entre lui et les longueurs des côtés adjacents à l'angle.	caractéristiques. Les relations non mentionnées au sein des compétences sont considérées en dehors du programme. ● On peut adopter toute méthode possible pour démontrer le théorème direct de Pythagore pourvu qu'elle soit accessible aux élèves. ● La phase de sensibilisation des élèves à la nécessité d'introduire des nombres irrationnels, est primordiale pour construire une conception première correcte, chez l'élève, à propos du concept de nombre rationnel. A ce effet, on peut utiliser le théorème de Pythagore ou déterminer le côté d'un carré d'aire donnée moyennant l'identification de la touche de la calculatrice. ● On peut présenter le cosinus d'un angle aigu par n'importe quelle méthode à condition que le raisonnement repose sur les acquis des élèves. ● On doit adopter le degré comme unité de mesure des angles et se familiariser avec la calculatrice pour déterminer des valeurs approchées du cosinus d'un angle donné ou pour trouver une valeur approchée d'un angle dont le cosinus est donné. ● On doit proposer des problèmes diversifiés utilisant les concepts étudiés auparavant.
3. 2 Vecteurs . translation **● Egalité de deux vecteurs.** **● Somme de deux vecteurs**	● Déterminer un vecteur $\overrightarrow{AB}$ par sa direction, son sens et sa longueur AB. ● Reconnaître l'égalité de deux vecteurs. ● Reconnaître la relation $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ et la relier au parallélogramme ABCD.	● On construit le concept de vecteur à partir de sa direction, son sens et sa longueur, en se basant sur les acquis des élèves autour de leur représentation du concept de translation qu'ils ont déja pu

	● Construire un vecteur d'origine donnée et qui est égal à un vecteur donné. ● Utiliser la relation de Chasles pour transformer plusieurs vecteurs on écrire un vecteur sous la forme d'une somme. ● Reconnaître la translation T qui transforme le point A en le point B. ● Construire l'image d'un point appartenant à la droite (AB), et construire l'image d'un point hors de la droite (AB).	constituer au cycle moyen primaire, cette représentation doit être consolidée, renforcée, rechaussée et exprimée (traduite) vectoriellement. Par ailleurs, on introduit des expressions du genre : l'image d'un point par une translation; la translation qui transforme A en B. ● On donne la définition vectorielle d'un parallélogramme et on en déduit ses propriétés à travers la traduction de ce qui a été acquis par les élèves, autour de ce quadrilatère particuler au cycle moyen primaire et en première année de l'enseignement secondaire collégial (intersection des deux diagonales en leur milieu deux côtés opposés de ce quadrilatère sont isométriques). Aussi, on doit relier la somme de deux vecteurs au parallélogramme. ● Le produit d'un vecteur par un nombre est hors programme . Il n'en reste pas moins que l'on peut aborder la somme de plusieurs vecteurs identiques et la construire, et utiliser l'écriture a $\overrightarrow{AB}$ où a est un nombre entier relatif telle que : $3\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB}$
3.3. ● Pyramide **● Cône de révolution** **● Prisme droite**	● Maîtriser le développement des solides, les représenter et en construire des modèles. ● Calculer l'aire latérale. ● Calculer les volumes.	● L'élaboration d'une représentation claire des concepts de base dans l'espace, se fait à travers l'observation des figures géométriques, leur description, leur représentation, la construction des modèles d'elles, leur comparaison et l'extraction de leurs caractéristiques. Parmi les techniques que l'on peut

		adopter à cette fin , le développement des solides non complexes et la représentation de leurs composantes sur une feuille de papier plane; ce qui permet de reconnaître leur méthode de construction, leur définition et celle de leurs éléments fondamentaux ● On doit lancer le contrôle et la régulation de quelques techniques et règles adoptées dans la construction des figures de l'espace dans le plan (rôle des lignes continues et en pointillé, ...) ● On admet toutes les formules des aires et des volumes, cette année. ● On traite les différentes positions relatives de deux droites, d'une droite et d'un plan et de deux plans, à partir de l'observation des solides précédemment présentés sans que ce soit l' objet d'une leçon ou d'une évaluation.

Répartition proposée du programme de mathématiques
2ème année secondaire collégiale

<table>
<tr><th>Premier semestre</th><th>Deuxième semestre</th></tr>
<tr><td>

1) *Activités numériques :*

- Calcul numérique dans l'ensemble des nombres rationnels :
- Nombres décimaux relatifs et présentation des nombres rationnels (8h).
- Opérations sur les nombres rationnels (16h).
- Puissances (8h).

2) *Activités géométriques :*

- Symétrie axiale (8h)
- Droites remarquables dans le plan (8h)
- Droite passant par les milieu de deux côtés d'un triangle
- Droite parallèle à l'un des côtés d'un triangle et coupant les deux autres côtés (8h).

</td><td>

1) *Activités numériques :*

- Calcul littéral (6h).
- Equations (6h).
- Ordre et opérations (6h).

2) *Activités géométriques :*

- Triangle rectangle et cercle (10h)
- Vecteurs - Translation (7h)
- Pyramide - cône de révolution - Prisme (10h)

3) *Activités graphiques et statistiques*

- Proportionnalité (5h)
- Statistique (6h)

</td></tr>
</table>

Observations :

1. L'ordre d'accomplissement des paragraphes de chaque semestre est effectué selon un ordre établi au niveau régional.
2. Chaque semestre est ponctué de trois devoirs surveillés dont la durée de chacun est d'une heure; la durée de présentation d'une compte rendu, pour chacun d'eux, est aussi d'une heure.
3. Chaque semestre est ponctué de trois devoirs à la maison et la durée de présentation du compte rendu de chacun d'eux est d'une heure.
4. Des séances de soutien et de consolidation seront menées chaque semestre.

Premier semestre

Activités numériques		
Contenu	**Capacités attendues**	**Orientations pédagogiques**
1.1. ● Racines carrées **● Racines carrée d'un nombre positif.** **● Produit et quotient de deux racines carées.**	● Savoir que si a est un nombre réel positif, alors $\sqrt{a}$ est le nombre réel positif dont le carré est a. ● Utilisation de la calculatrice pour déterminer des valeurs approchées d'une racine carrée. ● Employer $\sqrt{a^2}$ et $(\sqrt{a})^2$ où a est positif. ● Chercher , à travers des exemples, le nombre x tel que $x^2 = a$ ● Utiliser les relations $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$, $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ et $\frac{1}{\sqrt{a}} = \frac{\sqrt{a}}{a}$ dans des exemples numériques pour simplifier quelques expressions. ● Rendre rationnel le dénominateur d'une fraction dans les cas simples.	● On présente les opérations sur les nombres réels en analogie avec les opérations sur les nombres rationnels. On peut démontrer quelques propriétés de ces opérations en utilisant la définition $\left(\sqrt{ab} = \sqrt{a} \times \sqrt{b} \text{ et } \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}\right)$ tout en privilégiant les exemples et en s'attachant à établir les tehniques. En raison de l'importance de ces techniques et de la difficulté de les maîtriser, il convient de les considérer avec soin durant toute l'année scolaire et à toutes les occasions rencontrées que ce soit dans les leçons d'algèbre ou dans celles de géométrie.
1.2 Calcul numérique **● Identités remarquables** **● Puissances.**	● Utiliser les identités remarquables $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ dans les deux sens. ● Reconnaître les propriétés des puissances et les utiliser. ● Utiliser les puissances de 10 particulièrement lors de l'étude de l'ordre, de la valeur approchée ou de l'écriture scientifique.	● On continue, à ce niveau, d'utiliser graduellement le calcul littéral et de familiariser les élèves à s'y exercer à travers le développement, la réduction et la simplification d'expressions algébriques ou leur factorisation, et en résolvant des équations et des inéquations. ● On doit se consacrer à l'utilisation des indentités remarquables dans le développement, la factorisation et la résolution d'équations en tentant compte du fait que l'indentification d'une identité remarquable n'est pas accessible à tous les élèves.

● **Ordre et opérations**	● Maîtriser les propriétés de l'ordre et des opérations et les utiliser dans la résolution de problèmes. ● Maîtriser les différentes techniques de comparaison de deux nombres et utiliser les plus plus appropriées d'entre elles selon la situation étudiée.	● L'emploi de l'ordre dans la comparaison de certaines opérations, est l'une des techniques auxquelles les élèves se sont exercés. Aussi, on doit veiller à la consolider, la renforcer et la rchausser via l'utilisation des règles liées à l'ordre et aux opérations. ● On admet toutes les propriétés relatives à l'ordre et aux opérations et on les investit dans l'encadrement et l'approximation du produit et du quotient de deux nombres dont chacun est compris entre deux nombres de même signe et ce à travers des problèmes variés, simples et issus du champ des mathématiques ou émanant d'autres disciplines (sans exagération).

Activités géomériques

Contenu	Capacités attendues	Orientations pédagogiques
● **Théorème de Thalès**	● Connaître et utiliser, dans différentes situations, les deux théorèmes suivants : ***a.*** Soit (D_1) et (D_2) deux droites sécantes en un point A. Soit B et M deux points, distincts de A, appartenant à (D_1). Soit C et N deux points, distincts de A, appartenant à (D_2) . ➔ Si (BC) et (MN) sont parallèles, alors : $\frac{AB}{AM} = \frac{AC}{AN} = \frac{BC}{MN}$ ***b.*** Soit (D_1) et (D_2) deux droites sécantes en un point A. Soit B et M deux points, distincts de A, appartenant à (D_1).	● La propriété (ou la configuration) de Thalès est considérée parmi les résultats les plus importants de la troisième année de l'enseignement secondaire collégiale en particulier, et de la géométrie plane en général. ● À partir d'exemples, on rappelle les propriétés suivantes : ***a.*** La droite passant par les milieux de deux côtés d'un triangle,est parallèle au support du troisième côté. ***b.*** La droite passant par le milieu d'un côté, dans un triangle, et parallèle au support d'un autre côtés, (cette droite) passe par le milieu du troisième côté. ***c.*** Dans un triangle ABC, si $M \in [AB]$ et $N \in [AC]$ et $(MN) // (BC)$, alors : $\frac{AB}{AM} = \frac{AC}{AN} = \frac{BC}{MN}$

	Soit C et N deux points, distincts de A, appartenant à (D_2). ➔ Si $\dfrac{AB}{AM} = \dfrac{AC}{AN}$ et si les points A, B et M sont alignés dans le même ordre que A, C et N, alors les droites (BC) et (MN) sont parallèles.	● Le théorème de Thalès est une nouvelle occasion de s'exercer à la proportionnalité (construction d'une longueur qui est une quatrième proportionnelle de trois longueurs ; construction d'une longueur qui est la moyenne proportionnelle de trois longueurs). Quant au théorème réciproque, on le présente en gardant à l'esprit l'ordre des points sur chaque droite. ● On exploite quelques logiciels informatiques ou des vidéos pour faire une approche de la propriété de Thalès et de sa réciproque. ● On tire profit de la propriété de Thalès et de sa réciproque dans la résolution de problèmes.
2.2. Triangle rectangle **● Trigonométrie : sinus , cosinus, tangente** **● Théorème de Pythagore** **● Angle au centre et angles inscrits dans un cercle.**	● Connaître et utiliser les relations entre le sinus, le cosinus et la tangente d'un angle et les longueurs de deux côtés d'un triangle rectangle. ● Utiliser la calculatrice pour déterminer les valeurs approchées des rapports trigonométriques d'un angle aigu et inversement. ● Utiliser le théorème direct de Pythagore et le théorème réciproque de Pythagore en géométrie plane et dans quelques polygones réguliers. ● Comparer un angle inscrit et un angle au centre qui interceptent le même arc.	● Le cosinus figure parmi les acquisitions des élèves en deuxième année de l'enseignement secondaire collégial. En conséquence, on doit présenter le sinus d'un angle aigu et sa tangente en se référant aux acquis des élèves, puis on démontre les deux relations : $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$ et $\tan x = \dfrac{\sin x}{\cos x}$ où x est la mesure en degrés d'un angle aigu. ● On présente et on utilise quelques relations métriques au travers des exercices sans pour autant être l'objet d'une leçon : ABC étant un triangle rectangle en A et H le projeté orthogonal de A sur (BC), alors : $AB \times AC = BC \times AH$, $AH^2 = HB \times HC$ et $AB^2 = BH \times BC$. ● On doit appliquer le relation de Pythagore au triangle rectangle, au triangle rectangle isocèle et au triangle équilatéral, pour la

		détermination de quelques longueurs et quelques rapports trigonométriques d'un angle aigu. ● On peut aborder l'étude de quelques polygones réguliers en exercices.
● **Triangles isométriques** **Triangles semblables.**	● Reconnaître deux triangles isométriques. ● Utiliser les cas de simitude.	● Deux triangles sont dits isométriques s'ils sont superposables. On peut admettre les trois cas d'isométrie à travers l'utilisation du calque ou en faisant appel à toute autre technique convenable que l'on établit si le niveau des élèves le permet. ● On dit que deux traingles sont semblables si les côtés de l'un sont respectivement proportionnels aux côtés de l'autre. ● On peut présenter les trois cas de similitude en se basant sur l'isométrie des triangles, puis employer toutes les propriétés dégagées pour solutionner des exercices simples.

Second semestre (3ème année)

Activités numériques		
Contenu	**Capacités attendues**	**Orientations pédagogiques**
● **Equations et inéquations**	● Résoudre une équation du premier degré à une inconnue. ● Résoudre des équations simples qui se ramènent à des équations du premier degré à une inconnue. ● Résoudre des problèmes qui se ramènent à une équation du premier degré à une inconnue. ● Résoudre une inéquation du premier degré à une inconnue.	● La résolution des équations et des inéquations du premier degré à une inconnue, vise à accoutumer l'élève à résoudre des problèmes émanant de la réalité vécue, et à l'entraîner à mathématiser des situations différentes ; et ce par : la détermination et l'analyse des données (linguistiquement et conceptuellement) , le choix convenable de l'inconnue, la recherche des outils mathématiques nécessaires et leur emploi

	● Employer l'équation et l'inéquation pour résoudre des problèmes.	pour résoudre le problème proposé puis l'interprétation des résultats obtenus. ● On découvre les solutions d'une inéquation en investissant les propriétés de l'ordre. ● À ce niveau, on doit veiller à présenter les solutions d'une équation du premier degré à une inconnu, formulées en phrase. ● Les équations et les inéquations paramétrés du premier degré à une inconnue, sont hors programme. ● De même, tous les problèmes se ramenant à des équations ou des inéquations paramétrées du premier à une inconnue, ne font pas partie du programme.
● **Systèmes de deux équations du premier degré ç de ux inconnues**	● Déterminer un système de deux équations du premier degré à deux inconnues, algébriquement ● Résoudre un système de deux équations du premier degré à deux inconnues, graphiquement. ● Mathématiser des situations qui se ramènent à la résolution d'un équation du premier degré à deux inconnues.	● On relie la résolution d'un système, de deux équations du premier degré à deux inconnues, à l'équation d'une droite. ● On s'appuie, dans la résolution des systèmes sur les méthodes de subtitution et de combinaison linéaire. ● On doit veiller à employer la résolution d'un système (de deux équations du première degré à deux inconnues) dans des situations puisées dans la réalité vécue ou émanat d'autes disciplines scolaires.

Activités graphiques et statistiques

Contenu	Capacités attendues	Orientations pédagogiques
2.1. Fonctions linéaires	● Déterminer l'image d'un nombre par une fonction linéaire. ● Identifier une situation de proportionnalité et la traduire par la formule $f(x) = ax$.	● On se fonde sur l'étude des situations de proportionnalité rencontrées par les élèves dans les classes précédentes pour déterminer le coefficient de proportionnalité ; mettre en évidence une relation

	● Construire la réprésentation graphique d'une fonction linéaire. ● Déterminer l'image d'un nombre par un fonction linéaire au moyen de sa représentation graphique. ● Déterminer l'expression d'une fonction linéaire à partir d'un nombre non nul et son image. ● Déterminer un nombre dont l'image est donnée au moyen de la représentation graphique d'une fonction linéaitre. ● Déterminer l'expression d'une fonction linéaire à partir d'un point, distinct de l'origine du repère, de sa représentation graphique . ● Lire la représentation graphique d'une fonction linéaire.	de proportionnalité entre deux variables et introduire la fonction linéaire ; on insère aussi l'écriture $x \longmapsto ax$ et quelques termes spécifiques aux tableaux.
2.2. Fonctions affines	● Déterminer l'image d'un nombre par une fonction affine. ● Traduire une situation par la formule $f(x) = ax + b$. ● Construire la représentation graphique d'une fonction affine. ● Déterminer l'image d'un nombre par un fonction affine au moyen de sa représentation graphique. ● Déterminer un nombre dont l'image est donnée au moyen de la représentation graphique d'une fonction affine. ● Déterminer l'expression d'une fonction affine à partir de deux points distinets de sa représentation graphique. ● Employer la fonction affine dans la résolution de problèmes.	● On peut remarquer la proportionnalité des variations de x et celles de y $\left(\frac{y_2 - y_2}{x_1 - x_2} = a\right)$ et rappeler ce résultat lors de l'étude de l'équation d'une droite. ● On doit employer la fonction affine dans la résolution de problèmes diversifiés. ● On propose des exemples où la représentation graphique n'est pas une droite (relation de l'aire d'une figure carrée à son côté variable) ● Il convient d'éviter de recourir excessivement à déterminer l'expression d'une fonction linéaire ou affine à partir de la donnée de nombres et de leurs images ou de deux points de sa représentation.

2.3. Statistique	● Déterminer la médiane et le mode d'une série statistique. ● Calculer la moyenne arithmétique d'une série statistique en utilisant la calculatrice non scientifique. ● Enployer les représentations graphiques usuelles dans la résolution de problèmes.	● On doit veiller à ce que les données statistiques fournies soient authentiques et provenant de plusieurs domaines sociaux, économiques ou scientifiques, et qu'elles soient étroitement liées à la vie courante de l'élève, et à d'autre disciplines scolaires. À travers elles, les élèves se familiarisent avec la collecte des données et à leur organisation sous forme de tableaux ou de graphiques. ● On calcule les caractéristiques statistiques (de position), on les interprète afin de répondre à des interrogrations relatives à l'étude des phénomènes pour dégager des conclusions. ● On compare deux séries statistiques à partir de deux relevés, de deux tableaux ou de deux graphiques. ● On peut exploiter les logiciels informatiques incorporés aux ordinateurs, dans la limite des disponibilités des établissements scolaires.

Activités géométriques

Contenu	Capacités attendues	Orientations pédagogiques
3.1. Translation **Produit d'un vecteur par un nombre réel**	● Reconnaître l'image d'un point par une translation donnée. ● Reconnaître la translation T qui transforme le point A en le point B. ● Construire l'image d'un point par une translation donnée ● Reconnaître l'image d'un segment, d'une droite, d'une demi-droite , d'un angle, d'un cercle par une translation. ● Utiliser la translation dans la résolution de problèmes géométriques.	● On rappelle et on renforce les acquis des élèves autour des vecteurs. ● On met l'accent sur la conservation de la distance et de la mesure des angles par une translation. ● On présente le produit d'un vecteur par un réel en partant de situations géométriques simples, étant entendu que l'instauration de cette compétance sera réalisée en tronc commun scientifique et technologique.

2.2 Géométrique analytique **● Plan rapporté à un repère** **● Coordonnées d'un point ; coordonnées d'un vecteur** **● Distance entre deux points** **● Equation d'une droite ; L'équation réduite.** **● Condition de parallélisme et de perpendicularité de deux droites.**	● Reconnaître un repère orthogonal, l'abscisse et l'ordonnée d'un point ou d'un vecteur pour l'utilisation et la représentation ● Reconnaître et utiliser les coordonnées du milieu d'un segment et de la somme de deux vecteurs. ● Calculer la distance entre deux points et l'utiliser dans différentes situations géométriques. ● Résoudre des problèmes géométriques en utilisant le repère et les coordonnées. ● Reconnaître une droite en tant qu'ensemble des points M(x ; y) tels que : $y = ax + b$. ● Ecrire l'équation réduite d'une droite (AB). ● Représenter une droite à partir de son équation réduite. ● Déterminer l'équation d'une droite tracée dans un repère. ● Employer le coefficient directeur pour identifier le perpendicularité de deux droites.	● On rappelle l'abscisse et l'ordonnée d'un point et on consolide les termes, puis on les utilise et les représente, ● On doit lier les coordonées d'un point à celles d'un vecteur. ● Les droites (D) : $y = ax + b$ et (D') : $y = a'x + b'$ sont parallèles si et seulement si $aa' = -1$. ● On doit relier l'équation d'une droite à la fonction affine. ● Ce paragraphe est à rattacher au système d'équations du premier degré à deux inconnues.
3.3. Calcul des volumes (géométrie dans l'espace)	● Reconnaître l'orthogonalité d'une droite et d'un plan et l'orthogonalité de deux droites dans quelques solides usuels. ● Appliquer les théorèmes de Thalès et de Pythagore pour calculer des longueurs, des aires et des volumes de solides, et pour établir l'orthogonalité dans l'espace. ● Connaître l'incidence de l'agrandissement et de la réduction des solides sur les longueurs, les aires et les volumes.	● On admet toutes les formules des aires et des volumes, à ce niveau. ● On met en évidence quelques positions relatives et l'orthogonalité à travers des activités autour du prisme droit. ● On démontrer que si le coefficient d'agrandissement ou de réduction est k, alors la longeur est multipliée par k, l'aire est multipliée par k^2 et le volume est multiplié par k^3.

Répartition proposée du programme de mathématiques
3ème année secondaire collégiale

Premier semestre	Deuxième semestre
Activités numériques : ● Racines carrées (10h) ● Calculer numérique : * Identités remarquables, puissances (12h) * Ordre et opérations (12h) ***Activités géométriques :*** ● Théorèmes de Thalès (12h) ● Triangle rectangle et trigonométrie (12h) ● Triangles isométriques ; triangles semblables (12h)	***Activités numériques :*** ● Equations et inéquations (10h). ● Système de deux équations (10h) ***Activités géométriques :*** ● Translation ; produit d'un vecteur par un réel (10h) ● Géométrie analytique (14h) ● Calcul de volumes (8h) ***Activités graphiques et statistiques*** ● Fonctions linéaires ; fonctions affines (5h) ● Statistique (6h)

Observations :

1. L'ordre d'accomplissement des paragraphes de chaque semestre est effectué selon un ordre établi au nivreau régional.
2. Chaque semestre est ponctué de trois devoirs surveillés dont la durée de chacun est d'une heure; la durée de présentation d'une compte rendu, pour chacun d'eux, est aussi d'une heure.
3. Chque semestre est ponctué de trois devoirs à la maison et la durée de présentation du compte rendu de chacun d'eux est d'une heure.
4. Des séances de soutien et de consolidation seront menées chaque semestre.

3.2. Lecture didactique des contenus du programme de la troisième année

* Le programme de mathématiques (de la classe de 3ème) se divise en 3 composantes :
Les activités numériques, les activités graphiques et statistiques et la géométrie. Cette division de principe est purement formelle et ne trace pas des écarts stricts entre les composantes. En effet, le programme souligne dans son préambule que *"l'algèbre sert la géométrie qui elle-même sert l'algèbre"* . Ce qui attire l'attention, lors d'une lecture analytique des contenus du programme, c'est le souci d'améliorer l'évolution et le développement des apprentissages et de renforcer leur cohérence sans alourdir les contenus. Par ailleurs, on peut catégoriser les concepts proposés à l'étude dans le programme en :

- concepts qui revêtent un caractère de nouveauté et qui nécessitent une construction (ce que l'on doit instaurer en se basant sur les prérequis);
- concepts que l'on enrichit (selon le principe du développement des compétences);
- concepts que l'on élargit par le rehaussement, l'intégration et l'extension.

* En s'appuyant sur le principe de cohérence, d'homogénérité et de progressivité logique selon lequel on passe d'une partie à une autre et d'une composante à une autre suivant une élaboration systémique qui favorise l'interaction des concepts et le développement et l'intégration des compétences, on a réparti le programme de mathématiques de la troisième année secondaire collégiale en 19 leçons dont 6 leçons dans la composante des activités numériques, 10 leçons dans la composante de la géométrie et 3 leçons dans la composante des activités graphiques et statistiques.

* Avant de procéder à l'analyse didactique des leçons, on les a classés selon une disposition qui respecte l'enchaînement objectif au niveau du traitement, au sein de chacune des composantes. Il n'en reste pas moins que l'on propose une disposition d'accomplissement des leçons en respect avec la régularité chronologique et selon une répartition convenable.

COMPOSANTE DES ACTIVITÉS NUMÉRIQUES

* Cette composante comporte les chapitres suivants :
  - Clacul littéral et identités remarquables.
  - Puissances
  - Racines carrées
  - Ordre et opérations
  - Équations et inéquations
  - Systèmes de deux équations du premier degré à deux inconnues.

* Tous les concepts relatifs à l'algèbre, dans la composante des activités numériques, permettent à l'élève de rehausser son niveau d'habileté et de développer et améliorer ses capacités, et ce à travers :

- La maîtrice des calculs sur les nombres rationnels.
- L'acquisition des techniques de calcul sur les racines carrées.
- L'achèvement des règles de calcul sur les nombres réels

- La connaissance des algorithmes et leur investissement.
- La compétion des propriétés et caractéristiques du calcul algébriques littéral, de ses techniques et ses mécanisme.

Chapitre	Lecture dans ses contenus
Calcul littéral et identités remarquables	● On doit , dès le début, signaler que les élèves disposent d'un bagage cognitif et compétentiel important concernant le calcul numérique et littéral. Au cours de ce niveau scolaire, on entreprend d'approfondir la maîtrise des fractions et des nombres rationnels en indiquant que toutes les règles et techniques de calcul et les identités restent valables dans l'ensemble des nombres réels dont la sensibilisation et l'institutionalisation ont été faites pendant le niveau scolaire précédent. ● Les élèves s'approprient un nombre appréciable de propriétés des opérations et peuvent les investir dans la simplification ou la factorisation. Cela n'empêche pas l'existence de quelques obstacles épistémologiques. C'est pourquoi, le traitement des expressions algébriques doit se caractériser par la progressivité et la diversité dans les démarches adoptées et exploiter tous les outils algébriques disponibles. ● Par ailleurs, même si la reconnaissance des identités remarquables, dans une expression déterminée, n'est pas toujours offerte à tous les élèves, il est certain que la conviction de l'apprenant de l'utilité de ces égalités dans la résolution de problèmes est de nature à l'inciter à se pencher sur les expressions pour les comprendre et cerner les significations des lettres et des nombres et leur place dans ces écritures; ce qui ouvre devant lui la voie pour acquérir les habiletés du calcul algébrique.
Puissances	● La présentation de ce chapitre se base sur les acquis des élèves relatifs aux puissances des nombres rationnels (à exposant positif ou négatif). A propos des propriétés des puissances et leurs règles, le départ se fait moyennant les résultats acquis qui sont, par extension, réalisés dans l'ensemble des nombres réels tout en signalant que leur démontration est aisée dans le cas général. ● Eu égard à ce que connaît l'apprenant autour des nombres $\sqrt{a}$, où a est un nombre rationnel positif, il est profitable d'aborder ce type de nombres, dans ce chapitre, chaque fois qu'il est possible d'investir les règles concernant $(\sqrt{a})^n$ où n est un nombre entier relatif. ● L'intérêt pour les puissances de 10 découle de l'importance des écritures scientifiques et de leurs applications que soit pour faire des comparaisons (dans la leçon réservée à l'ordre) ou dans les autres domaines scientifiques. ● Ce chapitre renfore son précédent en ce qui concerne la preuve de relations algébriques, la résolution de problèmes ou la réduction d'expressions numériques ou littérales,

Racines carrées	● La conepte de racine carrée est généré historiquement par le théorème de PYTHAGORE. C’est ce qui donne une signification et un sens au symbole $\sqrt{\ }$. ● Les élèves ont déja confronté ce symbole lors de la semsibilisation à l’existence de nombres réels non rationnels. Ce chapitre vient compléter le travail fait auparavant, et vise donc l’identification et la reconnaissance des nombres réels (comme matérialisation ou mesure des longueurs, par exemple) et leur représentation (au sens de conception) de façon positive d’une part , et d’autre part l’assimilation de toutes les règles calculatoires sur les racines, l’emploi et l’investissement des techniques pour développer et faire évoluer les écritures numériques et littérales en vue de résoudre des problèmes. ● Ce chapitre, associé aux deux chapitres précédents, constitue un pilier fondamental voire la pierre angulaire dans l’intégration des compétences du calcul numérique.
Ordre et opérations	● Ce chapitre confère une signification plus profonde au concept de nombre, à l’égalité des nombres et à leur comparaison. Par ailleurs, il constitue un prolongement logique de tout ce que les élèves ont connu à propos de l’ordre, l’encadrement et l’approximation. ● Ce qui caractérise ce chapitre est son aspect synthétique et intégratif des différentes techniques calculatoires et leur investissement. ● L’étude de l’ordre à travers les valeurs approchées et l’utilisation des puissances de 10 est une authentique chance pour effectuer des approximations et des estimations pertinentes dans la résolution de problèmes avec tout ce que cela entraîne comme conpréhension des sens et des significations des interprétations au niveau de la majoration et la minoration (ces deux derniers termes conventionnels seront élucidés plus tard dans la partie d’analyse du cycle qualifiant)
Équations et inéquations	● L’importance de ce hapitre réside dans l’efficacité en matière de preuve qu’il offre, et dans la pertinence du concept d’équation et d’inéquation comme outil de résolution de la quasi-totalité des problèmes mathématiques. ● Le bagage cognitif dont dispose l’élève, à ce niveau , dans cette rubrique, est appréciable; c’est pourquoi le travail doit être centré sur la préservation, l’entretien des acquisitions de l’élève et leur rehaussement et transcendance. ● Eu égard au rôle constructif et à l’efficience fonctionnelle du concept d’équation et d’inéquation, la présentation se fait à partir de situations-problèmes de la vie quotidienne ou puisés dans la géomérie; ce sont des activités qui s’occupent d'entités mathématiques ou de contenus concrets et qui identifient leurs éléments, leurs composants et leurs relations. ● Lors du traitement d’activités et de situations, de chapitre, on insistera sur les techniques

	algébriques adoptées pour résoudre une équation ou une inéquation déterminée, sur les aspects méthodologiques et stratégiques dans la mise en équation , la formulation d'un problème et la détermination de ses étapes outre le côtés communicationnel qui se manifeste dans la rédaction des solutions trouvées et dans les interprétations dégagées.
Système de deux équations du premier degré à deux inconnues	● Les apprenants ont déja abordé les systèmes sans pour autant révéler le terme conventionnel adopté; et ce en les ramenant à des équations du premier degré à une inconnue. Malgré quelques obstacles épistémologiques que peut poser l'étude des systèmes (l'inconnue est un couple; somme de deux équations; les aspects logiques implicites ; ...), les élèves sauront les surmontrer si on tient compte des observations suivantes : ✻ Proposer des systèmes émanant de la vie courante ou prevenant d'autre demmaines. ✻ Relier le système à son interprétation géométrique. ✻ Diversifier les méthodes et les stratégies de résolution. ✻ Confectionner et formuler des systèmes dont la solution est connue. ✻ Invoquer sans relâche la méthodologie de résolution d'un système avec le souci de repérer ses '' stations'' fondamentales. ● Ce chapitre est un trait d'union et un pont entre l'algèbre et ses techniques, la géométrie et ses propriétés et les concepts de fonction linéaire et affine qui incluent la proportionnalité, la linéarité.

COMPOSANTE DES ACTIVITÉS GRAPHIQUES ET STATISTIQUES

- Fonctions linéaires.
- Fonctions affines.
- Statistique.

✻ Cette composante revêt deux caractères : un caractère d'enrichissement et de construction et un caratère d'élagissement, de consolidation et de renforcement.

✻ Parmi les objectifs de cette composante, on cite la mise en évidence graduelle , à travers des situations simples diverses, du concept de fonction comme modalité qui permet par le biais d'un mécanisme déterminé de transformer un nombre en un autre.

✻ Par ailleurs, le programme scolaire envisagé vise, dans le domaine de l'organisation et du traitement des données, à l'autonomisation des apprenants et de faire en sorte qu'ils parviennent à :

- achever l'étude des caractéristiques de position d'une série statistique.

● entreprendre l'étude des caractéristiques de dispersion afin de se préparer à l'interprétation examinatrice des informations numériques.

Chapitre	Lecture dans ses contenus
Fonction linéaires	● La corrélation et l'interdépendance des concepts de fonction linéaire et de proportionnalité, est l'un des justicatifs qui ont conduit à réserver une leçon indépendante à la fonction linéaire. Il importe de souligner que la proportionnalité est un acquis fondamental, un concept directeur de beaucoup de concepts géométriques et algébriques et un outil pertinent dans le traitement de divers problèmes. ● Par ailleurs, la superposabilité de la représentation graphique d'une fonction linéaire et celle de la situation de proportionnalité qui la traduit, et la relation de dépendance entre la proportionnalité et l'alignement des points avec l'origine du repère, sont des considérations qui laissent le champ conceptuel, chez l'élève, s'enrichir grâce à la liaison étroite organique entre la fonction linéaire, la proportionnalité et le théorème de THALÈS, et aussi à l'utilité fonctionnelle des résultats et des conclusions dans la mathématisation et la résolution des différents problèmes.
Fonctionst affines	● Aussi bien dans ce chapitre que dans son précédent, le niveau de 3ème du collège est la première occasion du premier contact des élèves avec le concept de fonction (il ne s'agit pas ici de la définition générale d'une fonction) étant donné que l'on peut proposer des exemples de fonctions qui ne satisfont pas l'une des conditions "d'affinité" (ou de ''linéarité'') telle que la focntion $x \longmapsto x^3$ qui ne vérifie pas la propriété : "si x augmente de h, alors f(x) augmente de a h" qui est liée aux fonctions affines. ● Par ailleurs, la réalité environnante regorge de plusieurs situations qui sont de nature à constituer un point de départ pour la construction des concepts figurant dans ce chapitre et leurs assimilation sous la forme requise. ● Concernant le lien entre une fonction affine et sa droite dans un repère, le fait de traiter le graphique assure le passage de la droite à l'expression algébrique. C'est ce qui donne une signification au coefficient de la fonction affine (comme taux de variation et comme pente en même temps).
Statistique	● Ce chapitre est considère comme maillon essentiel dans le soutien et la consolidation de ce qui a été acquis par les élèves autour de la collecte, l'organisation et la représentation des données puisque les apprenants ont déja étudié les concepts d'effectif, d'effectif cumulé, de fréquence, de fréquence cumulée et de moyenne arithmétique et les différents types de graphique.

	● Dans ce chapitre, on met l'accent sur : * Donner des significations aux valeurs numériques et numérisées en les reliant aux données concrètes. * Enrichir l'arsenal cognitif et compétentiel de l'élève à propos des caractéristiques de position ; et ce en abordant le mode et la médiane avec la nécessité de souligner la distinction que l'on doit faire entre cette dernière et la moyenne arithmétique au point de vue de la signification mathématique. * Comparer deux tableaux statistiques (par exemple, les notes du contrôle continu obtenues par deux groupes d'élèves) afin de mettre en relief la notion de dispersion. * l'intéresser aux concepts statistiques à travers l'observation et la lecture des graphiques et développer la capacité d'utiliser et d'employer la calculatrice et l'ordinateur comme outils facilitant le traitement des données numériques et leur représentation ; ce qui autorise d'effectuer les interprétations pertinentes et d'en déduire des approches en matière de preuve.

COMPOSANTE DE LA GÉOMÉTRIE :

* Cette composante se compose des leçons suivantes :

- Théorème de Pythagore.
- Trigonométrie.
- Angles au centre et angles inscrits.
- Triangles isométriques.
- Triangles semblables.
- Translation et vecteurs.
- Repère dans le plan.
- Equation d'une droite.
- Géométrie dans l'espace.

* Avec la composante géométrique se réalise un essor qualitatif significatif dans l'acquisition de la compétence du raisonnement, de la démontration et de l'étayage de preuves; c'est aussi l'occation de maîtriser la formulation linguistique fonctionnelle convenable. S'éclairer par les résultats (théorèmes, proporiétés, ...) devient un outil pour justifier les constructions et légitimer leurs techniques ; les concepts commencent alors à prendre forme et à se tructuer à parter d'une présentation logique déductive des notions en question.

* Si la géométrie est le lieu fertile qui contribue à s'approprier une vision claire de l'espace, qui développe la pensée logique et qui rehausse l'imagination abstraite, sa position dans le programme de 3ème année collégiale se caractéristise par ce qui suit :

● Chez l'élève, le champ conceptuel des aspects et modèles (configurations géométriques, solides et autres formes) se renforce et se perfectionne.

- L’expérimentation et le tâtonnement constituent parfois une étape importante dans l’exécution et l’accomplissement des dessins avant de procéder aux opérations de preuve et de démonstration surtout si les figures sont utiles opérations de preuve et de démonstration surtout si les figures sont utiles comme support visuel d’appui.
- La pratique et l’exercice de la construction en utilisant les différents outils existants et le matériel didactique disponible (règle, compas, équerre, calque , ...) et en se référant aux propriétés, théorèmes et théories.
- La géométrie investit toutes les formes du raisonnement, et plus particulièrement ce qui garantit la non contradiction des propositions (par l’absurde ou par contraposition)
- Les occasions de relier les domaines géométriques et numériques se multiplient. Par exemple le théorème de Thalès n’est rien d’autre que la traduction numérique du parallélisme de deux droites, et le théorème de Pythagore relie l’orthogonalité à une relation numérique entre les longueurs ...

* En conclusion, ce qui distingue la géométrie c’est l’interaction, l’interdépendance des concepts et leur conjugaison continuelle. C’est pourquoi, l’investissement de ces concepts dans des situations de synthèse adéquates est de nature à contribruer à l’intégration des compétences spécifiques et leur développement.

Par ailleurs, si certaines leçons revêtent un caractère d’enrichissement et d'élargissement , comme c‘est le cas pour les leçons des deux autres composantes, les autres leçons se caractérisent par la nouveauté malgré que les concepts de ces leçons sont générés par des concepts voisins et contextuels,

Chapitre	Lecture dans ses contenus
Théorème de Thalès	● Ce chapitre représente un prolongement naturel de l’étude faite à propos d’une droite parallèle à l’un des côtés d’un triangle coupant les deux côtés en tant que segments. A cet égard, il convient de souligner qu’il s’agit, dans le programme, du théorème de Thalès dans un triangle (ou appliqué à un triangle). ● Parmi les informations très imprtantes offertes par le théorème de Thalès, on trouve la quatrième proportionnelle, la moyenne proportionnelle, le prélèvement de proportions, la résolution d’équations du premier degré à une inconnue, le calcul des longueurs et la démonstration du parallélisme (et parfois de perpendicularité). ● Par ailleurs, on procède au réinvestissement des résultats de ce chapitre dans la géométrie de l’espace soit pour calculler les éléments d’une figure ou d’un solide géométrique de l’espace, soit pour prouver l’intersection ou le parallélisme de deux droites ou de deux plans.
Théorème de Pythagore	● Ce chapitre s’inscrit dans le contexte logique de ce qui a été étudié à propos des triangles rectangles au cours des niveaux scolaires précédents. ● Il convient de souligner qu’il existe des approches diverses, pour présenter (et construire) la réciproque du théorème de Pythagore qui se fondent sur des acquisitions antérieures riches par leur diversité : triangles isocèles, symétrie axiale, notion d’aire , ...

	Par suite, le choix d’une approche doit envisager la cohérence, la compatibilité avec le niveau cognitif des apprenants et la simplicité dans l’institutionalisation et le traitement.
Trigonométrie	● Les élèves ont étudié auparavant la notion de cosinus d’un angle aigu (ou dans un triangle rectangle). Ce chapitre s’inscrit donc dans la continuité naturelle de cette étude. Il constitue aussi une occasion pour réinvestir freuctueusement les résultats de la 2ème année collégiale à propos du triangle rectangle qu’il s’agisse du théorème de Pythagore (direct) ou du triangle inscrit dans un demi-cercle. ● Il est indéniable que la trigonométrie permet de calculer les longueurs et les mesures des angles dans une figure géométrique donnée, ce qui favorise souvent la résolution d’un problème géométrique ou issu d’un autre domaine. ● Il est vrai que chaque fois que l'on parle de perpendicularité ou d'un angle droite, il est possible d'utiliser le calcul trigonométrique. C'est pourquoi le recours à la trigonométrie se prolonge aux angles dans l'espace, et plus précisément qux angles géométriques dans triangles rectangles de l'espace.
Triangles isométriques	● Le triangle est l’une des formes géométriques appréciées dans bon nombre de champs d’activité humaine. Le triangle est une structure indéformable représentant la stabilité. En effet, une fois que les mesures des côtés d’un triangle sont déterminées, il n’existe qu’une seule mesure possible pour chacun de ses angles. Cette remarque permet de réaliser l’importance de l’isométrie des triangles. ● Plus tard, comme extension, le cencept d’isométrie sera très efficace pour traiter les situations ayant trait aux triangles isométriques. On rappelle, à cet égard, qu’une isométrie est une transformation qui conserve les mesures des longueurs et des angles. ● Pour vérifier que deux triangles sont superposables, c’est-à-dire isométriques, on peut procéder de plusieurs manières. Mais l’action de construire un triangle isométrique à un triangle donné revient à se demander à quelles conditions minimales deux triangles sont nécessairement isométriques. ● L’appropriation passe impérativement par des situations-problèmes et un travail d’exploration en commençant la question centrale sa moyen de cas simples que l’on peut complexifier graduellement. A cet égard, en ce qui concerne cette leçon, on peut partir de la construction d’un triangle isométrique à un triangle fixe en élucidant chaque cas d’isométrie.
Triangles semblables	● Les apprenants ont déjà identifié les figures géométriques isométriques en tant que figures superposables, en se basant sur l’observation et la manipulation et en ayant recours au matérial didactique nécessaire.

	● La similitude des triangles est une extension logique de l'isométrie des triangles, du théorème de Thalès et des notions d'agrandissement et de réduction. ● Il s'agit dans ce chapitre de s'approprier, de consolider, d'intégrer les apprentissages suivants : * Reconnaître la similitude de deux triangles avec l'aplitude de la prouver dans les trois cas. * Utiliser les cas de similitude pour résoudre des problèmes géométriques concernant le calcul des longueurs, la démonstration d'une relation métrique, le calcul de périmètres ou de leurs proportions ... * Prouver l'isométrie d'angles.
Translation et vecteurs	● L'approche adoptée par le programme se fonde sur la présentation du «vecteur» à travers ses éléments constitutifs qui sont la direction, le sens et la longueur et sur la liaison entre l'égalité de deux vecteurs et le parallélogramme. ● Par ailleurs et en raison de la relation étroite entre le vecteur et le parallélogramme, la présentation des vecteurs et de la translation, même si elle se base sur les parallélogrammes et leurs propriétés, le souci du mainten et de l'entretien des acquis de l'apprenant doit être présent dans toutes les étapes de l'institutionalisation. ● Concernant le produit d'un vecteur par un réel, on peut partir d'une droite graduée dans le cas d'un nombre entier relatif ou faire appel à la construction à la règle et au compas, en employant pertinemment les propriétés et les conclusions précédentes (Théorèmes de Thalès et Pythagore, ...) ● On doit mettre l'accent sur la correspondance entre la relation de Chasles, le parallélogramme, le vecteur et la somme de deux vecteurs en investissant cette corrélation dans le traitement du calcul vectoriel et dans la preuve de l'alignement de points ou le parallélisme de droites. ● Certaines résultats préliminaires et certaines définitions, à propos du concept de translation, ont été abordé au niveau scolaire précédent. Comme le concept de translation est étroitement lié au concept de vecteur, et puisque la translation figure parmi les tranformations et les isométrices fondamentales, alors la connaissance avancée de ses propriétés et leur assimilation doivent se fonder sur les constructions géométriques variées et diversifiées en vue de les employer lors du traitement des différentes situtations géométriques.

Chapitre	Lecture dans ses contenus
Repère dans le plan	● La valeur ajoutée de la géométrie analytique réside dans le transfert des situations et leur transposition du cadre géométriques descriptif au cadre algébrique; ce qui

	offre la possibilité de l'interprétation pertinente et de l'extraction des propriétés géométriques, des positions des points et des figures. ● Ce chapitre est une occasion pour calculer les coordonnées d'un vecteur, du milieu d'un segment, de la somme de deux vecteurs, et pour déterminer la distance entre deux points avec tout ce que cela implique au niveau du réinvestissement des propriétés géométriques acquises. A cet égard, le traitement des concepts de la géométrie analytique a été fait durant les niveaux scolaires précédents selon une construction graduelle d'institutionalisation à travers les apprentissages suivants : ✻ La droite graduée, la lecture de l'abscisse de l'un de ses points et la détermination de la distance entre deux de ses points. ✻ La lecture des coordonnées d'un point donné dans un repère déterminé ou le calcul des valeurs appprochées des coordonnées. ✻ La représentation graphique d'une fonction linéaire. ● Ainsi, ce chapitre constitue l'un des maillons de consolidation, d'appropriation et d'approfondissement des acquisitions antérieures.
Equation d'une droite	● On présente l'équation d'une droite en considérant cette droite comme représentation graphique d'une fonction affine. C'est une orientation didactique qui ne vise que la construction du concept d'équation qui définit une droite; le concept d'équation cartésienne reste malgré cela, intimement lié à une droite dans un repère déterminé. ● Il importe de souligner l'importance du coefficient (ou de la pente) dans la détermination de la direction de la droite, tandis que l'ordonnée à l'origine ou tout point donné de la droite permet de définir cette dernière de façon définitive. ● Par ailleurs, si le coefficient d'une fonction affine f est détérminée en considérant le taux $\frac{f(\alpha)-f(\beta)}{\alpha-\beta}$, la pente d'une droite (AB) est déterminée, quant à elle, à partir de $\frac{y_A-y_B}{x_A-x_B}$ à condition que cette droite ne soit pas parallèle à l'axe des ordonnées). ● La corrélation sumentionnée autorise la démonstration des différentes propriétés relatives au parallélisme et à l'orthogonalité et leur condition de réalisation. ● Pour enrichir ce chapitre, on peut aborder la relation entre la pente d'une droite oblique et l'angle polaire déterminé par la droite et l'axe des abscisses $a = \tan\theta$; c'est une formule d'une importance capitale, particulièrement en sciences physiques.

Chapitre	Lecture dans ses contenus
Géométrie dans l'espace	● Ce chapitre revêt un caractère d'enrichissement, d'élargissement et de renforcement . En effet, les élèves ont déja reconnu, dans les niveaux scolaires précédents, les solides et ont décrit, développé et construit ces solides ; puis ils ont calculé des

	aires latérales, des aires totales et les volumes de certains de ces solides (ainsi, ils ont reconnu le cylindre, le prisme droit, le cône de révolution, la pyramide et le parallélépipède rectangle). Dans ce contexte, en faisant fond sur ces solides, les principales positions relatives dans l'espace ont été formulées. ● Ce chapitre vient donc pour renforcer ces concepts par des éléments de preuve et de raisonnement qui garantissent l'élargissement du bagage cognitif et compétentiel de l'apprenant, qui se rapportent à l'orthogonalité et au parallélisme et qui ont été appropriés au cours du niveau scolaire précédent tels que le théorème de Pythagore, le théorème de Thalès et toutes les propriétés des angles et de la trigonométrie. ● Il importe de souligner l'importance de l'agrandissement et de la réduction pour s'approprier les propriétés des longueurs, la comparaison des angles, des composantes des figures et des solides, et l'impact de tout cela dans le calcul des aires et des volumes.

3.3. Activités préparatoires :

* La prise en compte des procédures et stratégies du curriculum, nécessite le diagnostic des points de départ, étant donné que ce diagnostic est une étape importante au cours de laquelle on investigue sur un certaine nombre de caractéristiques disciplinaires et cognitives liées non seulement à la réalité de la classe mais aussi aux composants du niveau scolaire et de ses éléments.

* Ainsi, le fait de consacrer des séances de la première semaine de l'année à des activités préparatoires découle de plusieurs considérations pédagogiques visant essentiellement à garantir un bon départ méthodologique des opérations de construction cognitive, conceptuelle et compétentielle durant l'année scolaire.

* Les objectifs poursuivis par ces activités sont :

- l'évocation des acquis précédents (prérequis) des apprenants.
- l'observation et le diagnostic du degré d'assimilation de ces acquis.
- la connaissance du niveau de la classe.
- l'identification des lacunes, leur remédiation immédiate.
- le soutien à caractère de traitement des capacités et des habiletés des apprenants dans les axes fondamentaux des composantes du curriculum de mathématiques de l'année précédente.
- l'investissement des résultats du diagnostic dans la préparation et l'élaboration des leçons ultérieures.
- l'habilitation des apprenants à connaître leurs niveau réel en vue de se tenir prêts à s'engager dans l'apprentissage des mathématiques de façon continuelle et efficace.
- l'élaboration d'une stratégie claire qui autorise d'effectuer une construction lucide du programme scolaire envisagé.

* Dans la même orientation et au niveau de chaque chapitre, on a estimé nécessaire d'introduire une séquence, au début, afin de préparer à s'impliquer dans le déroulement de la leçon. C'est la séquence du «test diagnostic» du manuel de l'élève qui a été consacrée au rappel, à la préparation et à la disponibilité à travers l'évocation du prérequis directement lié à l'objet de la leçon.

Chapitre IV

GUIDE DES LEÇONS

4. GUIDE DES LEÇONS

4.1. Présentation du manuel de l'élève

Le manuel de l'élève est considéré comme un document de référence et un outil didactique important qui aide l'apprenant à l'acquisition des commaissances et l'assiste dans son apprentissage et son auto-évaluation. Il est aussi utilisé par le professeur pour la préparation à l'adaptation de ses contenus conformément aux circonstances, en éclairant ses élèves à la façon d'y travailler et en les entraîtement au bon investissement de son contenu.
Le livre de l'élève est structuré selon les impératifs et les fondements éducatifs figurant dans les cadres théorique et méthodologique tout en respectant les critères pédagogiques et didactiques appropriés.
Concernant les chapitres, leur présentation est soumise aux mêmes considérations directrices. Ainsi, chaque leçon est composée de rubriques fixes contenant chacune des niveaux de progressivité objective pédagogique et où chaque niveau se fonde sur l'approche par compétences dans toutes ses étapes. Ces rubriques se présentent comme des séquances qui se renforcent mutuellement et sont en cohérence avec l'activité mathématique et cognitive de l'apprenant.
Ainsi, chaque leçon comporte les rubriques suivantes,

- Test diagnostique : Je m'évalue.
- Activités : Je découvre
- Savoir : Je révise
- Pratique : J'applique.
- Des exercices catégorisés en :

a. **Investissement :** Je m'entraîne
b. **Approfondissement :** Je cherche

Dans ce qui suit, on va exploser les fonctions et les caractéristiques de chaque axe parmi les axes précités.

****Test diagnostique : Je m'évalue***

Cette séquence est considérée comme la station de préparation initiale et l'étape cruciale dans le processus d'apprentissage ; c'est à travers elle que se tisse une pédagogique contractuelle, dès le départ, entre le professeur et les élèves, qui se manifest par leur préparation à s'engager efficacement dans la leçon à trvers l'évocation des des acquis cognitifs, la vérification du degré d'intériorisation de ces acquis et le repérage des entraves et des difficultés qui gênent la compréhension chez eux. Reste à souligner que la correction des erreurs est tributaire du degré de prise d'initiative, de la communication et des échanges positifs.
On a opté, dans cette séquence , pour un questionnaire à choix multiples et nuancés et dont le but et de soumettre l'acte d'enseignement, au début, au diagnostic et à l'identification des lacunes en vue de les combler.

Activités : Je découvre

La fonction principale de ces activités préparatoires est la construction et l'instauration du savoir. Pour ce faire, les activités proposées s'incrivent dans l'approche constructiviste. En effet, les activités se présentent sous forme de situations-problèmes ou de situations d'essai réelles qui tient leur objet des acquis des élèves qui ont une relation étoite avec les compétences visées. Par ailleurs, ces activités se caractérisent par la clarté, la prévision et la globalité, participant à identifier ce que l'on poursuit dans le chapitre.

Si ces activités constituent une station capitale dans la construction de la leçon, on peut résumer ce qui les distinguent dans ce qui suit :

- La sensibilisation.
- La motivation de l'apprenant pour la recherche, le travail et la réalisation.
- Le sentiment de défi (au sens positif du terme)
- La formulation du problème (problématique)
- L'investissement, le rééquibre et l'organisation des «nouvelles» connaissances dans le perspective d'intégration des compétences.

Savoir :Je révise

A ette étape, se déteminent les contenus mathématiques générés par les activités préparatoires et liés aux compétences ciblées de la leçon. Comme cette séquence est l'épine dorsale de la leçon et le pivot du processus d'enseignement-apprentissage, alors la participation à la formulation des résultats, que ce soit des définitions, des règles , des propriétés ou des théorèmes, est fortement recommandée puisqu'elle contribue au développement des capacités communicationnelles chez les apprenants. Il incombe à l'enseignant de reformuler le contenu mathématique de façon à le rendre un savoir institutionnalisé appuyé par des exemples d'illustration qui consolident et ancrent les connaissances supplémentaires acquises.

Pratique : J'applique

Cette séquence constitue l'étape de complétion et d'investissement des règles, techniques et conclusion formulées auparavant. C'est aussi un espace qui offre à l'apprenant l'occasion d'étendre le champ des questions et situations à des questions plus précises pour qu'il puisse s'exercer.

Exercices-Investissement : Je m'entraîne

Les exercices proposés sont de nature différente.

Certains sont des exercices d'application directe, constituent des entraînements premiers et visent la consolidation des concepts. Ils se caractérisent par l'abondance, la diversité et la progressivité.

D'autres exercices ont pour objectif le soutien ou la remédiation, renforcent la tendance à inciter l'élève à mettre ses capacités à l'épreuve et fournissent au professeur un éventail de situations évaluatives.

Exercices - Approfondissement : Je cherche

Ce sont des exercices d'évaluation globale du bilan des connaissances et des aptitudes. Ils mettentl'apprenant en confrontation avec des situations mathématiques nécessitant l'investissement des acquisitions et la combinaison d'outils ; l'apprenant reconnait, à travers ces situations, les possibilités de transfert de ses connaissances d'un cadre à un autre.

Certains exercices proposés, dans cette rubrique, invitent l'apprenant à utiliser intelligemment ses différents aptitudes mentales, encouragent chez lui la volonté de dépassement, et le motivent pour effectuer une recherche active fructueuse.

4.2. Fiches didactiques et gestion des activités

Après la présentation de livre de l'élève au niveau de la structure de chaque leçon, on présente, à ce stade, les fiches didactiques. A notre sens, ce sont des fiches techniques pédagogiques. Nous avons fait en sorte qu'ils incluent tout ce qui peut aider l'enseignant à la préparation, la confection et l'élaboration des activités à traiter, et à la mise au point d'un planning cohérent des leçons.

Bien intendu, ces fiches sont des propositions de gestion des leçons et peuvent être enrichies (par l'initiative personnelle) et développées (par la pratique enseignante) en fonction des spécificités des apprenants et leurs prédispositions.

Une fiche didactique, selon HOUDEMENT et PELLETIER (1996-1997)[*], est une référence d'enseignement pour que le processus d'apprentissage atteigne le but visé. C'est aussi un instrument de planification et de gestion de la formation.

On doit retenir que la fiche didactique, conçu et élaboré par l'enseignant, est un outil didactique, qui essaie de décrire l'intégralité du seénario dela leçon, en vue de motiver, impliquer les apprenants et de faciliter leurs apprentissages lors du déroulement de la mise en oeuvre concrète de toutes les composantes en décrivant le rôle de chacun des acteurs (enseignant et apprenants) de façon chronologique dans le temps.

Certaines activités du manuel emploient une bonne partie du prérequis des élèves. Mais l'objectif, dans ces cas, est de développer l'intuition des élèves de passer d'un mode de représentation à un autre (du géométrique à l'algébrique et vice versa) et de tirer les informations nécessaires et utiles, les reformuler et les confronter à ses connaissances.

[*] Livret 4 (post primaire didactique des mathématiques, IFADEM (Initiatives Francophone pour la formation à distance des maîtres), Burkina Faso

CALCUL LITTÉRAL ET IDENTITES REMARQUABLES

Capacités attendues :

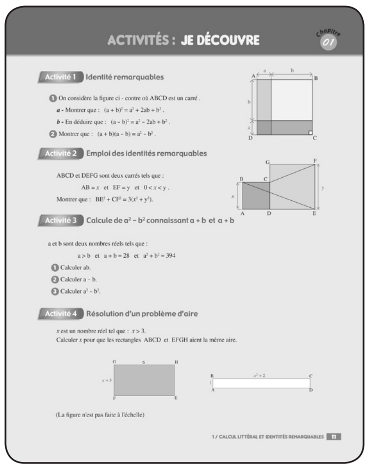
Utiliser les identités remarquables : $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

Objectifs	Prérequis	Extensions
❶ Effectuer une série d'opérations sur des nombres réels, avec ou sans parenthèses, en utilisant les techniques de développement et de factorisation, et employer les identités remarquables dans le développement et la factorisation. ❷ Simplifier et factoriser des expressions littérales.	❶ Les quarte opérations sur les nombres rationnels. ❷ Calcul littéral. ❸ Développement, factorisation d'expressions numériques ou littérales avec des nombres rationnels. ❹ Identités remarquables sur les nombres rationnels. ❺ Théorème direct de Pythagore ❻ $\sqrt{a}$ où a est un nombre rationnel positif.	❶ Tous les chapitres du programme de ce niveau scolaire, et particulièrement les leçons relatives à la résolution d'équations, d'inéquations et de systèmes. ❷ Au niveau scolaire supérieur : ***a.*** Factorisation et développement des polynômes. ***b.*** Résolution d'équations de degré supérieur ou égal à 2. ***c.*** Approximation et encadrement. ❸ Dans d'autres disciplines scolaires (Sciences physiques en particulier).

Indications didactiques


ACTIVITÉS : JE DÉCOUVRE

Chapitre 01

Activité 1 Identité remarquables

❶ On considère la figure ci - contre où ABCD est un carré .

a - Montrer que : $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$.

b - En déduire que : $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$.

❷ Montrer que : $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$.

Activité 2 Emploi des identités remarquables

ABCD et DEFG sont deux carrés tels que :

$AB = x$ et $EF = y$ et $0 < x < y$.

Montrer que : $BE^2 + CF^2 = 3(x^2 + y^2)$.

Activité 3 Calcule de $a^2 - b^2$ connaissant a + b et a + b

a et b sont deux nombres réels tels que :

$a > b$ et $a + b = 28$ et $a^2 + b^2 = 394$

❶ Calculer ab.

❷ Calculer a – b.

❸ Calculer $a^2 - b^2$.

Activité 4 Résolution d'un problème d'aire

x est un nombre réel tel que : $x > 3$.

Calculer x pour que les rectangles ABCD et EFGH aient la même aire.

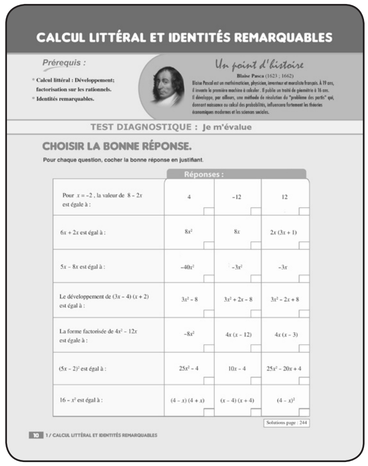
(La figure n'est pas faite à l'échelle)

1 / CALCUL LITTÉRAL ET IDENTITÉS REMARQUABLES 11

À l'instar du travail effectué sur les nombres rationnels, les apprenants sont disposés à accepter et admettre toutes les propriétés sur nombres réels et les caractéristiques des opérations sur ceux-ci, à condition de choisir les situations, de les diversifier, de les consolider et de les renforcer.

Les apprenants, lors de leur accès à la troisième année du collège, possèdent un certain nombre de techniques pratiques et opérationnelles relatives au calcul littéral et à l'utilisation des lettres, à partir de l'identité remarquable connue chez eux : $k(x + y) = kx + ky$ et dont l'utilisation dans les deux sens est devenue chose courante et automatique. Malgré cela, certaines difficultés persistent chez une partie des élèves. A titre d'exemple, il y a des obstacles épistémologiques liés au signe du facteur commun.(par exemple $E = -35x + 7x^2$; a-t'on $E = -7x(5 - x)$?)

Ces difficultés seront dépassées graduellement à travers les étapes de la leçon, mais aussi à travers les différentes leçons. Par ailleurs, malgré l'appréhension antérieure par les apprenants de la «double » distributivité $(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$, il n'en reste pas moins que les performances de certains d'entre eux sont entachées parfois d'aléatoire et de confusion surtout si une telle relation s'accompagne des signes des facteurs et des termes. Concernant les



CALCUL LITTÉRAL ET IDENTITÉS REMARQUABLES

Prérequis :

- Calcul littéral : Développement; factorisation sur les rationnels.
- Identités remarquables.

Un point d'histoire

Blaise Pasca (1623 ; 1662)

Blaise Pascal est un mathématicien, physicien, inventeur et moraliste français. À 19 ans, il invente la première machine à calculer . Il publie un traité de géométrie à 16 ans. Il développe, par ailleurs, une méthode de résolution du "problème des partis" qui, donnant naissance au calcul des probabilités, influencera fortement les théories économiques modernes et les sciences sociales.

TEST DIAGNOSTIQUE : Je m'évalue

CHOISIR LA BONNE RÉPONSE.

Pour chaque question, cocher la bonne réponse en justifiant.

	Réponses :		
Pour $x = -2$, la valeur de $8 - 2x$ est égale à :	4	-12	12
$6x + 2x$ est égal à :	$8x^2$	$8x$	$2x(3x + 1)$
$5x - 8x$ est égal à :	$-40x^2$	$-3x^2$	$-3x$
Le développement de $(3x - 4)(x + 2)$ est égal à :	$3x^2 - 8$	$3x^2 + 2x - 8$	$3x^2 - 2x + 8$
La forme factorisée de $4x^2 - 12x$ est égale à :	$-8x^2$	$4x(x - 12)$	$4x(x - 3)$
$(5x - 2)^2$ est égal à :	$25x^2 - 4$	$10x - 4$	$25x^2 - 20x + 4$
$16 - x^2$ est égal à :	$(4 - x)(4 + x)$	$(x - 4)(x + 4)$	$(4 - x)^2$

Solutions page : 244

10 1 / CALCUL LITTÉRAL ET IDENTITÉS REMARQUABLES

expressions du genre $F = (x + 3)(2x - 1)$, il est préférable de les aborder progressivement et prudemment tout en veillant à identifier tous les obstacles et les trébuchements que pose son traitement.

La diversification que nous avons adopté, que ce soit au niveau des activités, des exercices ou des problèmes, découle de notre souci pour que les apprenants puissent acquérir, de façon parfaite et pertinente, les techniques du calcul littéral ; ce qui n'est possible qu'à travers la confrontation avec des problèmes qui incitent à l'élève, le stimulent pour la recherche et l'encouragent à saisir la pertinence et l'utilité des outils utilisés.

Il convient de noter que le traitement des expressions algébriques littérales ne doit pas se dissocier de la mise en évidence des deux rôles interdépendants de la « lettre » (ou des lettres) comme variable ou élément général. Le rôle de la « lettre », comme variable, apparaît lorsqu'elle prend ses valeurs dans un ensemble donné de nombres et il n'est pas nécessaire de le révéler. Ainsi, lorsque l'on considère une expression littérale G comportant une lettre x, on travaille en réalité sur une fonction de variable x et il est alors utile que l'apprenant soit conscient que toute valeur numérique de la lettre x, nous donne une valeur unique de l'expression G. Quand au rôle de la lettre, comme élément général, il apparaît chaque fois qu'il s'agit de prouver une relation satisfaite quelle que soit la valeur que prend la lettre x.

La reconnaissance des identités remarquable, à l'intérieur d'une expression littérale, n'est pas chose facile et n'est pas toujours à la portée de tous les apprenants ; mais constitue l'une des stations embarrassantes qui doit être prise en considération lors du traitement des écritures algébriques ou pendant la résolution d'un problème. D'autres expressions ne reposent pas uniquement sur les identités remarquables, mais aussi sur l'assimilation de la signification des lettres et leur position dans l'écriture d'une expression. Ainsi, des expressions telles que

$(2x - y)^2 + (2x - y)(x + 2y)$ nécessitent la maîtrise et le contrôle des composantes de l'expression : reconnaissance des facteurs communs et de leurs exposants, bonne utilisation des parenthèses, discernement du symbole implicite du produit …

D'un autre côté, il ne faut pas considérer la factorisation comme étant un exploit ou une proucesse technique, mais l'élève doit être convaincu de son importance, de sa nécessité, de son utilité et de son efficacité dans le calcul raisonné ou pour la résolution de problèmes. Ainsi, le calcul de $(\underbrace{999 \ldots 9}_{\text{100 chiffres}})^2 + 2 \times \underbrace{999 \ldots 9}_{\text{100 chiffres}}$ ou $(\underbrace{999 \ldots 9}_{\text{100 chiffres}})^2 - 1$

requiert de recourir inévitablement aux techniques $x^2 + 2x = (x + 1)^2 - 1$ et $x^2 - 1 = (x + 1)(x - 1)$

En définitive, il est impératif d'apprendre les formules et les identités remarquables par cœur. Toutefois et même si cela ne garantit pas la réussite dans le traitement des expressions quelconques, il y a lieu de souligner qu'il suffit d'ouvrir la voie devant les apprenants, de leur donner le temps nécessaire raisonnable afin d'acquérir ces habiletés tout en insistant que l'efficacité des outils calculatoires adoptés réside dans leur adéquation au contexte des situations et au sens pour lequel on a opté (est-ce le développement ou la factorisation). Tout cela permet d'assurer le développement des compétences des apprenants et de les doter des techniques en question. D'autre part, le réinvestissement de ces procédures et stratégies, tout au long de l'année, est indispensable pour l'appropriation des outils et leur emploi avec le maximum de souplesse et d'aisance.

Gestion des activités

Activité	Traitement didactique

Activité

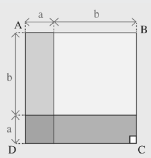
Activité 1 Identité remarquables

❶ On considère la figure ci - contre où ABCD est un carré .

a - Montrer que : $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$.

b - En déduire que : $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$.

❷ Montrer que : $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$.



Traitement didactique

❶ Accorder un temps de recherche aux élèves.

• Le professeur peut, au préalable, reproduire la figure au tableau (ou demander à un élève de faire ce travail).

• Chaque élève observe la figure et essaie de relier l'égalité aux éléments constitutifs de la figure.

• Pour faire avancer le travail, le professeur peut pousser les élèves à exprimer géométriquement a^2 , b^2 , 2ab et ce en utilisant les longueurs intervenant dans le dessin.

• En calculant l'aire de ABCD de deux façons, les élèves parviennent à l'égalité : $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

• Il convient d'attirer l'attention des élèves sur le fait que cette égalité reste valable dans le cas où a et b sont deux réels quelconques c'est-à-dire $(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$ avec la possibilité de demander aux élèves d'établir cette égalité algébriquement

❷ En utilisant l'écriture $x - y = x + (-y)$ et en appliquant l'égalité $(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$, les élèves parviennent à l'égalité

$$(x - y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$$

❸ • En développant le produit $(x + y)(x - y)$, chaque élève parvient à l'égalité $x^2 - y^2 = (x + y)(x - y)$

• Le professeur intervient pour inciter les élèves à formuler la liste de ces produits remarquables et à distingner les formes des deux membres dans chaque cas.

• On doit insister sur les deux sens de chacune des identités remarquables en soulignant l'emploi de ces relations dans les factorisations et les développements.

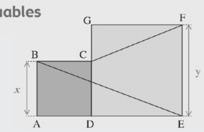
Activité

Activité 2 Emploi des identités remarquables

ABCD et DEFG sont deux carrés tels que :

$AB = x$ et $EF = y$ et $0 < x < y$.

Montrer que : $BE^2 + CF^2 = 3(x^2 + y^2)$.



Traitement didactique

• L'élève observe la figure et identifie ses composants (La figure se compose de deux carré côte à côte).

• Le professeur incite les élèves à dégager les triangles rectangles qui ont un rapport avec la question, en spécifiant l'hypoténuse. Mais, il est souhaitable de donner un temps de réflexion pour que l'idée émane des élèves.

• L'élève utilise le théorème de Pythagore (direct), après avoir déterminé les longueurs des côtés adjacents à l'angle droit

$$(AE = x + y \quad \text{et} \quad GF = y - x)$$

• Les travaux des élèves sont alors exposés, comparés et discutés collectivement, puis organisés et corrigés par les élèves sous la supervision du professeur. Il est nécessaire de passer par :

✻ Le calcul de BE^2 en fonction de x et y : $BE^2 = x^2 + (x + y)^2$

✻ Le calcul de CF^2 en fonction de x et y : $CF^2 = y^2 + (x - y)^2$

✻ Le développement de $(x + y)^2$ et $(x - y)^2$ et la conclusion

---

Activité 3 Calcule de $a^2 - b^2$ connaissant a + b et a + b

a et b sont deux nombres réels tels que :

$a > b$ et $a + b = 28$ et $a^2 + b^2 = 394$

❶ Calculer ab.

❷ Calculer a − b.

❸ Calculer $a^2 - b^2$.

❶ • Accorder aux élèves un temps de réflexion

• Inciter les élèves à choisir l'identité remarquable qui permet d'obtenir ab.

❷ • Les élèves utilisent le résultat précédent pour calculer a – b ; ils trouvent : $(a - b)^2 = 4$.

On en déduit $a - b = 2$ en soulignant que $a - b > 0$

• On peut s'aider de la calculatrice pour effectuer les calculs.

❸ Inviter les élèves à proposer les différentes méthodes que l'on peut suivre. Deux méthodes principales sont envisageables :

✻ L'utilisation de l'identité remarquable

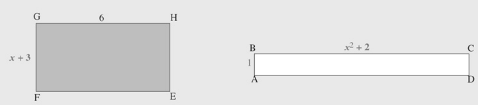
$$(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$$

✻ Le calcul de a et b connaissant a + b et a – b.

Activité 4 Résolution d'un problème d'aire

x est un nombre réel tel que : $x > 3$.

Calculer x pour que les rectangles ABCD et EFGH aient la même aire.



(La figure n'est pas faite à l'échelle)

• L'élève utilise la formule de l'aire d'un rectangle pour formuler l'égalité en question.

• L'égalité formulée est $x^2 + 2 = 6(x + 3)$.

• L'élèves cherchent, sous l'incitation du professeur, à transformer (selon les règles) en une égalité facile à manipuler. On expose ce travail, par un élève, au tableau.

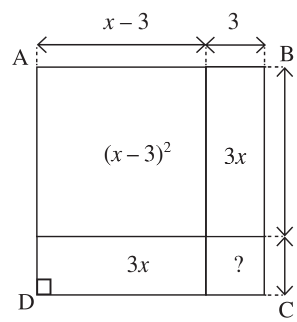
La première égalité à laquelle on parvient est : $x^2 - 6x = 16$.

Ce qui constitue un défi pour les élèves qu'ils peuvent surmonter si on les incite par des questions stimulantes à penser à la complétion d'un « carré ». $x^2 - 6x + 9 = 25$.

Ce passage nécessite beaucoup de délicatesse et de prudence de la part de l'enseignant, en raison des difficultés qui peuvent surgir chez certains élèves.

Il appartient à l'enseignant de diversifier les stratégies pour dépasser cet obstacle.

A titre indicatif, on peut s'inspirer de cette figure : qui permet de voir que $x^2 - 6x = 16$ signifie $(x - 3)^2 = 25$



Selon les dispositions et les disponibilités de la classe, l'enseignant est en mesure de choisir la stratégie la plus pertinente pour ses élèves.

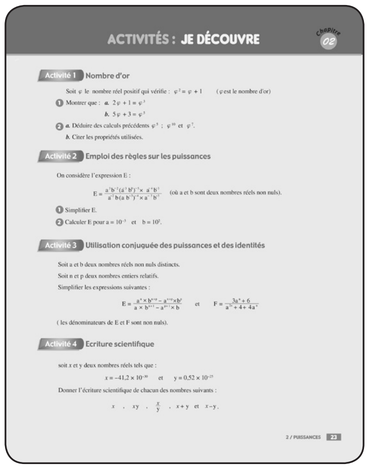
PUISSANCES

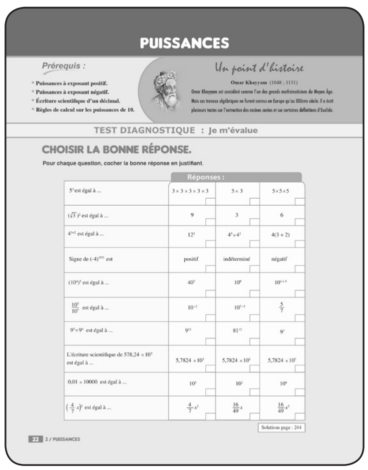
Capacités attendues :

❶ Reconnaître les propriétés des puissances et les utiliser
❷ Utiliser les puissances de 10 particulièrement lors de l'étude de l'ordre, de la valeur approchée ou de l'écriture scientifique.

Objectifs	Prérequis	Extensions
❶ Effectuer des opérations en utilisant les propriétés des puissances. ❷ Factoriser et simplifier des expressions littérales en employant les propriétés des puissances. ❸ Utiliser les puissances de 10 dans l'écriture scientifique.	❶ Puissances d'un nombre rationnel (y compris celles à exposant négatif) ❷ Propriétés des puissances dans l'ensemble des nombres rationnels ❸ Ecriture scientifique et utilisation des puissances de 10. ❹ Equation du premier degré à une inconnue.	❶ Toutes les leçons d'algèbre et d'analyse dans les niveaux du qualifiant. ❷ En sciences physiques et en sciences de la vie et de la terre ❸ Les opérations statistiques faisant intervenir de grands nombres.

Indications didactiques


ACTIVITÉS : JE DÉCOUVRE
Activité 1 Nombre d'or
Activité 2 Emploi des règles sur les puissances
Activité 3 Utilisation conjuguée des puissances et des identités
Activité 4 Ecriture scientifique


PUISSANCES
Prérequis :
Un point d'histoire
TEST DIAGNOSTIQUE : Je m'évalue
CHOISIR LA BONNE RÉPONSE.

• La notion de puissance revêt une importance particulière en mathématiques ; elle figure même parmi les notions centrales fondamentales en algèbre, en analyse et ailleurs.
Son importance réside dans ce qu'elle peut offrir comme applications multiples et comme utilisations diverses dans plusieurs champs et domaines cognitifs.
Les apprenants ont déjà traité les puissances dès l'étape du primaire (Quand on parle de l'aire d'un carré de côté de longueur a , on l'écrit $a \times a$ puis a^2 ou quand on aborde le volume d'un cube d'arête de longueur a , on le note $a \times a \times a$ puis a^3).
Par ailleurs, les apprenants disposent d'un vaste bagage de techniques et de règles calculatoires relatives aux puissances au cours de l'étape précédente du collège.
• Cette leçon vient pour maintenir et entretenir les différentes conclusions concernant les puissances, pour les promouvoir et les enrichir de telle sorte qu'elles englobent les puissances des nombres réels qu'ils soient rationnels ou non (par exemple, $(\sqrt{a})^n$ où a est un nombre réel strictement positif et n un entier relatif).
• Le travail sur toute expression comportant des puissances requiert de mener les modifications convenables et les transformations exactes sur les composantes de cette expression. Par ailleurs, la déterminations de la solution appropriée est tributaire de ces changements. Compte tenu des erreurs enregistrées dans la pratique en classe, on a réservé un chapitre « indépendant » relatif à la notion de puissance. Dans ce cadre, il faudrait se pencher sur les obstacles identifiés, leurs causes et leurs procédures tout en s'employant à les dépasser en

conformité avec ses entités. Dans ce qui suit, on cite quelques erreurs que l'on peut déceler :

* $(-x)^2 = -x$ ou $(-x)^2 = (-x^2)$. A cet égard, deux remarques s'imposent :

L'importance et la nécessité des parenthèses lors du traitement des nombres précédés d'un signe (–) ; le souci de respecter les écritures conventionnelles afin d'éviter de tomber dans des erreurs (par exemple, l'élève peut calculer $a^2 + 1$ pour $a = -5$ en écrivant $-5^2 + 1$ (l'élève doit être conscient de la nécessité d'éviter ce genre de bévue …).

* L'imagination par l'élève de « théories » calculatoires erronées comme $a^n \times a^p = (a^2)^{n+p}$ ou $a^n \times a^p = a^{n \times p}$ ou $a^n \times a^p = (a^2)^{n \times p}$; ce qui témoigne des significations profondes à propos des représentations des apprenants et de leurs mécanismes en matière de raisonnement. La question exige de cerner les obstacles afin de les écarter, et d'exclure l'obfuscation pour que les apprenants puissent intérioriser les bonnes règles et les fixer.

* Les erreurs sont parfois liées à l'exposant négatif telles que $a^{-x} = -a^x$ au lieu de $a^{-x} = \frac{1}{a^x}$. Il semble que le fait de commettre ce genre d'erreurs revient au fait que le travail précédent s'est effectué d'abord autour de l'exposant positif puis on y « adjoint » le signe comme si cela concerne l'opération d'addition : $(-x)a = -(xa)$.

* Les erreurs commises lors du traitement des puissances de 10.

- En ce qui concerne l'écriture scientifique, son utilité réside principalement dans l'encadrement des nombres, la détermination de valeurs approchées ou d'estimations utiles ; ce qui autorise les résolutions des problèmes autour des grands nombres ou des très petits nombres.

En conclusion, on ne peut pas nier le rôle des puissances dans la démonstration des relations algébriques, dans l'exécution d'une factorisation ou d'un développement significatif afin de prouver certaines égalités telles que :

$$3^{n+2} - 5 \times 3^{n+1} + 6 \times 3^n = 0.$$

Gestion des activités

<table>
<tr><th>Activité</th><th>Traitement didactique</th></tr>
<tr><td>
Activité 1 Nombre d'or
Soit φ le nombre réel positif qui vérifie : $\varphi^2 = \varphi + 1$ (φ est le nombre d'or)
1 Montrer que : a. $2\varphi + 1 = \varphi^3$
b. $5\varphi + 3 = \varphi^5$
2 a. Déduire des calculs précédents φ^5 ; φ^{10} et φ^7.
b. Citer les propriétés utilisées.
</td><td>
1 a • Chaque élève observe que : $\varphi^3 = \varphi \times \varphi^2$.
b • Pour calculer φ^5, le choix de la méthode est laissé aux élèves. Les solutions proposées sont confrontées et discutées. Deux méthodes peuvent être adoptées dont l'une repose sur $\varphi^5 = \varphi^3 \times \varphi^2$ (où l'on connaît φ^2 comme donnée et φ^3 comme résultat de la question précédente) et dont l'autre utilise $\varphi^5 = \varphi^4 \times \varphi$ après avoir déterminé φ^4($\varphi^4 = \varphi^2 \times \varphi^2$ ou $\varphi^4 = \varphi^3 \times \varphi$).
Dans les deux options, on exploite le fait que $\varphi^2 = \varphi + 1$.
• La correction collective est faite au tableau et le professeur incite les élèves à formuler la règle que l'on peut dégager et que la plupart d'entre eux connaissent jusqu'à un certain degré : $\varphi^m \times \varphi^n = \varphi^{m+n}$
</td></tr>
</table>

• On doit saisir cette occasion pour signaler que cette relation est à double sens. Ainsi $\varphi^5 \times \varphi^2 = \varphi^7$ alors que $\varphi^7 = \varphi^6 \times \varphi^1 = \varphi^5 \times \varphi^2 = \varphi^4 \times \varphi^3 = \ldots$

2 • Inciter les élèves par des questions bien précises à retrouver la formule et à déduire les résultats escomptés.

• Inviter les élèves à proposer des exemples d'égalités du même genre.

• Souligner que les règles formulées s'élargissent aux exposants négatifs.

Activité 2 **Emploi des règles sur les puissances**

On considère l'expression E :

$$E = \frac{a^3 b^{-2} (a^{-3}\, b^0)^{-5} \times a^{-4} b^{-3}}{a^{-2}\, b\, (a\, b^{-3})^{-4} \times a^{-3} b^{-3}} \quad \text{(où a et b sont deux nombres réels non nuls).}$$

1 Simplifier E.

2 Calculer E pour $a = 10^{-3}$ et $b = 10^2$.

• Accorder aux élèves un temps de recherche.

• En premier lieu, on effectue le calcul des parenthèses qui se présentent sous la forme $(a^n \times b^m)^p$ où deux règles sont utilisées $(xy)^p = x^p y^p$ et $(a^n)^p = a^{np}$ (et son analogue $(b^m)^p = b^{mp}$) pour obtenir :

$$(a^n \times b^m)^p = (a^n)^p \times (b^m)^p = a^{np} \times b^{mp}$$

• L'enseignant doit veiller à vérifier, lors de la correction à ce que ces propriétés soient appropriées et à laisser aux élèves l'initiative pour formuler les règles générales utilisées. C'est une occasion pour s'assurer que l'étape littérale dans le calcul algébrique et réalisée dans une certaine mesure.

• On procède alors au regroupement en des puissances de même base (soit a, soit b) pour écrire E sous la forme $\dfrac{a^{\alpha} \times b^{t}}{a^{\beta} \times b^{u}}$ puis sous la forme simplifiée $E = a^{\alpha-\beta} \times b^{t-u}$.

• Inciter les élèves à participer, à toutes les étapes, à formuler correctement les règles adéquates en les inscrivant de façon apparente.

• Par ailleurs, le professeur met l'accent sur l'organisation des étapes du calcul.

• Dans la deuxième question, l'enseignant laisse le soin aux élèves de calculer la valeur numérique de E en remplaçant, bien entendu, dans la forme simplifiée de E.

Activité 3 **Utilisation conjuguée des puissances et des identités**

Soit a et b deux nombres réels non nuls distincts.

Soit n et p deux nombres entiers relatifs.

Simplifier les expressions suivantes :

$$E = \frac{a^n \times b^{n+p} - a^{n+p} \times b^p}{a \times b^{n+1} - a^{p+1} \times b} \quad \text{et} \quad F = \frac{3a^n + 6}{a^{2n} + 4 + 4a^n}$$

(les dénominateurs de E et F sont non nuls).

• Accorder aux élèves un temps de réflexion et de recherche.

• Le travail peut être individuel ou par binômes (pour se concerter).

• L'élève examine les deux expressions.

• Afin de pouvoir réaliser le travail escompté, le professeur incite ses élèves par des questions stimulantes afin de faire ressortir le facteur commun dans le numérateur et dans le dénominateur de chacune des expressions proposées. Les propriétés des puissances et les identités remarquables sont nécessairement mises en œuvre.

- Pour A , on a : $A = \dfrac{a^n b^p (b^n - a^p)}{ab(b^n - a^p)} = a^{n-1} b^{p-1}$
- Pour B, on a : $A = \dfrac{2a^n (1 + a^n)}{(a^n + 1)^2} = \dfrac{2a^n}{a^n + 1}$
- Toutes les étapes du raisonnement doivent être exposées et « dévoilées ».

Activité 4 **Ecriture scientifique**

soit x et y deux nombres réels tels que :

$$x = -41{,}2 \times 10^{-30} \quad \text{et} \quad y = 0{,}52 \times 10^{-25}$$

Donner l'écriture scientifique de chacun des nombres suivants :

$$x \quad , \quad xy \quad , \quad \frac{x}{y} \quad , \quad x + y \quad \text{et} \quad x - y \,.$$

- La recherche peut être individuelle ou en binômes.
- On peut utiliser la calculatrice (qui est ici d'un grand secours) et indiquer comment les élèves peuvent employer la touche EXP (en plus des touches $\wedge$ ou x^y)
- Saisir l'occasion de la correction pour demander la signification de l'écriture scientifique et le changement de position de la virgule.
- L'élève peut écrire xy sous la forme scientifique en adoptant l'une ou l'autre des deux méthodes suivantes :

  * Donner l'écriture scientifique de x, calculer le produit puis l'écrire sous forme scientifique

  * Calculer le produit xy directement puis l'écrire une écriture scientifique.
- Il est préférable que l'élève factorise chacune des expressions $x + y$ et $x - y$

par 10^{-25} (plus grand exposant négatif) ou par 10^{-30} (plus petit exposant négatif).
- Le professeur doit veiller, pendant la discussion des réponses et leur comparaison, à souligner les techniques de calcul adoptées par les élèves.

chapitre 2

RACINES CARREES

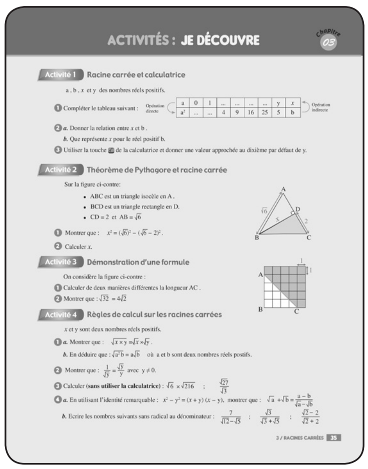
Capacités attendues :

1. Savoir que si a est un nombre réel positif, alors $\sqrt{a}$ est nombre réel positif dont le carré est a.
2. Utiliser la calculatrice pour déterminer des valeurs approchées d'une racine carrée.
3. Employer $\sqrt{a^2}$ et $(\sqrt{a})^2$ où a est positif.
4. Chercher, à travers des exemples, le nombre x tel que $x^2 = a$.
5. Utiliser les relations $\sqrt{ab} = \sqrt{a}\sqrt{b}$ et $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ et $\frac{1}{\sqrt{a}} = \frac{\sqrt{a}}{a}$ dans des exemples numériques pour simplifier des expressions
6. Rendre rationnel le dénominateur d'une fraction dans des cas simples.

Objectifs	Prérequis	Extensions
1. Utiliser les propriétés des racines carrées dans le calcul numérique dans toutes ses facettes (développement, factorisation et simplification). 2. Rendre rationnel le dénominateur (irrationnel) d'une fraction 3. Utiliser et investir les racines carrées dans la résolution des problèmes géométriques ou algébriques. 4. Manipuler les puissances des racines carrés.	1. $(\sqrt{a})^2 = \sqrt{a^2} = a$ où a est un nombre rationnel positif 2. Détermination de valeurs approchées du nombre $\sqrt{a}$ où a est un nombre rationnel positif (en utilisant la calculatrice, par exemple). 3. Techniques de calcul sur les nombres rationnel et réels. 4. Théorème direct de Pythagore.	1. Toutes les leçons d'algèbre : dans des situations où l'on effectue des calculs sur des expressions nécessitant l'utilisation des racines carrées et de leurs caractéristiques ou pour résoudre des équations ou des inéquations du second degré. 2. Dans des situations géométriques faisant appel au calcul des longueurs ou à la démonstration de relations métriques. 3. Dans d'autres disciplines scolaires où les situations envisagées nécessitent le calcul de grandeurs.

Indications didactiques

Sur le prolongement des activités exercées en deuxième année du collège, ce chapitre offre un nouvel éclairage sur les nombres réels irrationnels et particulièrement ceux d'entre eux qui s'écrivent, $\sqrt{a}$ où a un nombre réel non nécessairement rationnel (par exemple $\sqrt{3-\sqrt{5}}$), chose qui n'était pas accessible au cours des étapes précédentes.


ACTIVITÉS : JE DÉCOUVRE

Activité 1 Racine carrée et calculatrice

Activité 2 Théorème de Pythagore et racine carrée

Activité 3 Démonstration d'une formule

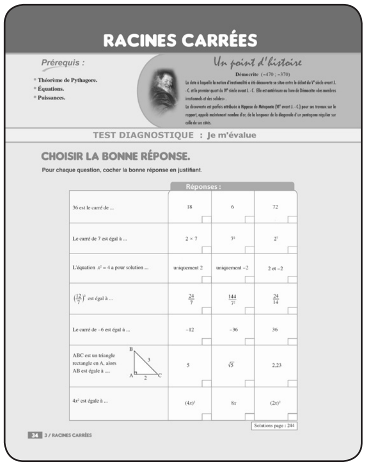
Activité 4 Règles de calcul sur les racines carrées

L'approche adoptée repose sur le théorème de Pythagore et sur la calculatrice, en mentionnant que l'utilisation de la touche $\sqrt{\ }$ permet seulement de calculer des valeurs approchées des racines carrées (sauf, bien entendu, dans le cas $\sqrt{x^2}$ avec $x > 0$) ; ce dont l'apprenant y est déjà habitué et l'a pratiqué lors de ses différentes manipulations de la calculatrice. Toutefois, certains apprenants ressentent une ambiguïté quant à la représentation qu'ils se font des nombres $\sqrt{p}$ qu'ils ne considèrent pas comme des nombres au sens mathématique du terme, ni comme écritures symbolisées de valeurs. Il semble que cela tient au fait que la notion de nombre, chez eux, est intimement liée à l'écriture décimale avec la virgule …

Concernant la définition, que connaît l'apprenant, de $\sqrt{a}$ (que ce soit l'année scolaire précédente ou au cours de cette année), en tant que nombre positif dont le carré est a, son utilisation exige un certain degré d'assimilation mentale et une compréhension précise de la « torsion linguistique », qu'elle comporte. Ainsi, toute confusion dans la compréhension de la règle peut conduire à certaines erreurs du genre

$49^2 = 7$ ou $\sqrt{7} = \sqrt{49}$ ou $\sqrt{5} = 25, ...$

Il importe de souligner l'obligation d'insiter sur le fait que si $\beta = \alpha^2$ (α positif), c'est-à-dire β est le carré de α et aussi $-\alpha$, alors $\sqrt{\beta} = \alpha$.



Par ailleurs, l'utilisation des identités remarquables à l'intérieur d'expressions faisant intervenir des racines carrées, même à des formules pouvant être utiles dans certains cas :

$\sqrt{2+\sqrt{3}} \times \sqrt{2-\sqrt{3}} = 1$; $\sqrt{3-\sqrt{5}} = \sqrt{10} - \sqrt{2}$.

Il est manifeste que l'importance des racines carrées ne réside pas uniquement dans les possibilités qu'elles offrent au niveau du calcul des longueurs par exemple, au niveau de la représentation des nombres positifs au moyen de la construction ou pour résoudre des équations du second degré, mais également dans les écritures diverses qu'elles autorisent et parmi lesquelles l'élève doit sélectionner la plus adéquate aux situations-problèmes qui se posent à lui ou qu'il affronte.

Gestion des activités

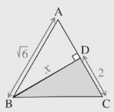
<table>
<tr><th>Activité</th><th>Traitement didactique</th></tr>
<tr><td>
Activité 1 Racine carrée et calculatrice
a , b , x et y des nombres réels positifs.
❶ Compléter le tableau suivant : Opération directe
<table>
<tr><td>a</td><td>0</td><td>1</td><td>...</td><td>...</td><td>...</td><td>...</td><td>y</td><td>x</td></tr>
<tr><td>a^2</td><td>...</td><td>...</td><td>4</td><td>9</td><td>16</td><td>25</td><td>5</td><td>b</td></tr>
</table>
Opération indirecte
❷ a. Donner la relation entre x et b .
b. Que représente x pour le réel positif b.
❸ Utiliser la touche √ de la calculatrice et donner une valeur approchée au dixième par défaut de y.
</td><td>
• Calculer le carré d'un nombre est relativement simple (il suffit de multiplier le nombre par lui-même)
Mais l'objectif ici est de construire un savoir relatif au concept de la racine carrée comme opérateur réciproque du carré. D'ailleurs le carré d'un nombre positif représente l'aire d'un carré de côté le nombre considéré.
• Si calculer le carré d'un nombre est facile ; dans l'autre sens, la recherche d'un nombre dont le carré est connu, n'est pas aisée.
• Pour répondre à la question ❸, l'élève peut se rappeler que $(\sqrt{a})^2 = a$
Ce qui revient, dans le cas envisagé, à répondre à la question suivante plus délicate :
Comment construire un carré dont l'aire est égale à 5 ?
• L'objectif ici n'est pas de reconstruire le concept, mais de consolider le sens du nombre chez les élèves.
</td></tr>
</table>

- Les élèves reproduisent le tableau sur leur cahiers ; le travail est fait collectivement sous la direction et l'orientation de l'enseignant afin d'aboutir à la signification du symbole $\sqrt{a}$ qui porte trois informations :
  a est positif, $\sqrt{a}$ est positif et $(\sqrt{a})^2 = a$.
- Insister sur la différence entre valeur exacte et valeur approchée et particulièrement lors de l'emploi de la calculatrice.

Activité 2 **Théorème de Pythagore et racine carrée**

Sur la figure ci-contre:

- ABC est un triangle isocèle en A .
- BCD est un triangle rectangle en D.
- $CD = 2$ et $AB = \sqrt{6}$



❶ Montrer que : $x^2 = (\sqrt{6})^2 - (\sqrt{6} - 2)^2$.

❷ Calculer x.

- Le travail peut s'organir en petits groupes.
- On utilise le compas, la règle et la calculatrice.
- Vu l'importance des données de la figure et afin de développer l'habileté de la construction, on se doit de proposer aux élèves de construire le dessin sur leurs cahiers et l'investir, par la suite, au tableau au cours de la discussion et l'explication.
- Chaque groupe d'élèves construit la figure, et l'enseignant contrôle le degré de maîtrise des habiletés de construction par les élèves (Certains élèves peuvent recourir, à l'utilisation de la valeur approchée $\sqrt{6} = 2,45$ alors que la construction la plus précise et celle qui se base sur la règle et le compas, et le théorème de Pythagore : on peut construire, par exemple, la longueur $\sqrt{2}$ puis la longueur $\sqrt{6} = \sqrt{2^2 + (\sqrt{2})^2}$)
- Montrer $x^2 = (\sqrt{6})^2 - (\sqrt{6} - 2)^2$ en utilisant le théorème direct de Pythagore dans le triangle ABD, puis calculer la valeur exacte de x :
  $x = \sqrt{4\sqrt{6} - 4}$ $(x > 0)$
- Selon les disponibilités, on calcule une valeur approchée de x .

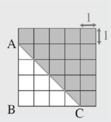
Ici, On doit identifier la série de touches utilisées successivement et se limiter, par exemple, à la valeur approchée à 10^{-2}.

Activité 3 **Démonstration d'une formule**

On considère la figure ci-contre :

❶ Calculer de deux manières différentes la longueur AC .

❷ Montrer que : $\sqrt{32} = 4\sqrt{2}$



- La recherche est individuelle
- Accorder un temps de réflexion et de recherche.
- L'élève observe le quadrillage, puis il calcule AC en s'appuyant sur :
  * les diagonales du quadrillage (des petits carrés) dont chacune mesure $\sqrt{2}$ (l'unité étant 1)
  * On applique le théorème de Pythagore dans le triangle ABC rectangle en B ($AC = AB\ \sqrt{2}$)
- Inviter les élèves et les pousser à observer que :

$$\sqrt{32} = \sqrt{4^2 \times 2} = 4 \times \sqrt{2} = 4\sqrt{2}$$

en leur laissant le soin de la généraliser et de formuler cette généralisation : $\sqrt{a^2 \times b} = a\sqrt{b}$

(pour les préparer à l'activité suivante)

Activité 4 **Règles de calcul sur les racines carrées**

x et y sont deux nombres réels positifs.

1 *a.* Montrer que : $\sqrt{x \times y} = \sqrt{x} \times \sqrt{y}$.

b. En déduire que : $\sqrt{a^2 b} = a\sqrt{b}$ où a et b sont deux nombres réels postifs.

2 Montrer que : $\frac{1}{\sqrt{y}} = \frac{\sqrt{y}}{y}$ avec $y \neq 0$.

3 Calculer (**sans utiliser la calculatrice**) : $\sqrt{6} \times \sqrt{216}$; $\frac{\sqrt{27}}{\sqrt{3}}$

4 *a.* En utilisant l'identité remarquable : $x^2 - y^2 = (x + y)(x - y)$, montrer que : $\sqrt{a} + \sqrt{b} = \frac{a - b}{\sqrt{a} - \sqrt{b}}$

b. Ecrire les nombres suivants sans radical au dénominateur : $\frac{7}{\sqrt{12} - \sqrt{5}}$; $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3} + \sqrt{5}}$; $\frac{\sqrt{2} - 2}{\sqrt{2} + 2}$

- Organisation du travail : individuel
- Accorder un temps convenable pour choisir la preuve la plus adaptée à l'égalité demandée en 1 .
- Le professeur désigne quelque élèves pour exposer leurs performances au tableau.
- Le professeur met l'accent sur l'utilisation de la définition de la racine carrée et des propriétés des puissances et plus particulièrement $(ab)^2 = a^2b^2$.
- Au niveau de l'application de ces règles, le professeur doit souligner la possibilité de les utiliser dans les deux sens selon la nature de la situation considérée.
- La question 1 ***b.*** peut se justifier de plusieurs façons :

  * en appliquant la 1ère relation pour $x = \frac{1}{y}$ et y ; on aura :

  $$\sqrt{y} \times \sqrt{\frac{1}{y}} = \sqrt{y \times \frac{1}{y}} \quad \text{et partant} \quad \sqrt{\frac{1}{y}} = \frac{1}{\sqrt{y}}$$

  * directement en notant que $\left(\sqrt{y}\right)^2 = y$
- Dans le même sillage et à travers des questions stimulantes, on peut se demander si la racine carré d'un quotient est égale au quotient des racines carrées. On peut proposer aux élèves d'établir, après une formulation correcte, cette règle.
- En considérant $x = \sqrt{a}$ et $y = \sqrt{b}$, l'élève parvient à l'égalité $\sqrt{a} + \sqrt{b} = \frac{a - b}{\sqrt{a} - \sqrt{b}}$; on peut déduire une égalité analogue :

$$\sqrt{a} - \sqrt{b} = \frac{a - b}{\sqrt{a} + \sqrt{b}}$$

- Il convient de signaler qu'en règle générale, pour effectuer des calculs, on essaie de rendre les dénominateurs rationnels, et ce utilisant l'une des égalités précédentes. Par ailleurs, on doit appliquer ces relations dans des situations numériques variées.

A ce propos, on peut remarquer que cela revient à multiplier le numérateur et le dénominateur par ce que l'on appelle l'expression conjuguée du dénominateur. De manière générale, une expression conjuguée de $a + \sqrt{b}$ est $a - \sqrt{b}$

THÉORÈME DE THALÈS

Capacités attendues :

Connaître et utiliser, dans différentes situations, les deux théorèmes suivants

Soit (D_1) et (D_2) deux droites sécantes en un point A.

Soit B et M deux points, distincts de A, appartenant à (D_1).

Soit C et N deux points, distincts de A, appartenant à (D_2).

❶ Si (MN) // (BC), alors $\dfrac{AB}{AM} = \dfrac{AC}{AN} = \dfrac{BC}{MN}$.

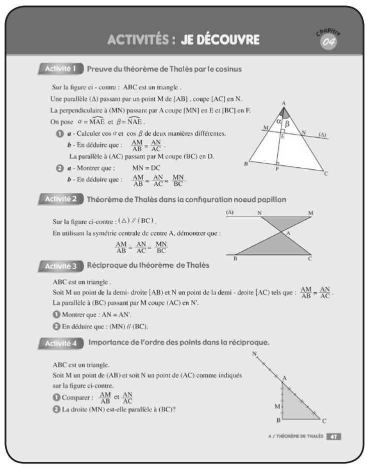
❷ Si $\dfrac{AB}{AM} = \dfrac{AC}{AN}$ et si les points A, B et M sont alignés dans le même ordre que A, C et N, alors (MN) // (BC).

Objectifs	Prérequis	Extensions
❶ Reconnaître le théorème de Thalès (direct et réciproque) et relier les proportions au parallélisme. ❷ Employer les « deux » théorèmes de Thalès pour calculer des longueurs, et les relier à la proportionnalité. ❸ Employer le théorème de Thalès dans des constructions géométriques telles que : ***a.*** La construction de la quatrième proportionnelle de trois longueurs données. ***b.*** La construction de la moyenne proportionnelle de deux longueurs.	❶ Proportionnalité. ❷ Division d'un segment en des segments isométriques. ❸ Symétrie centrale. ❹ Equations. ❺ Figures de même aire. ❻ Techniques du calcul numérique.	❶ Triangles semblables. ❷ Calcul trigonométrique. ❸ Géométrie dans l'espace : Positions d'intersection et de parallélisme ❹ Vecteurs et translation ❺ Au niveau scolaire prochain : ● Projections et Thalès vectoriel ● Homothéties ❻ En sciences physiques : Optique

Indications didactiques

Dans le cadre d'une progression « en spirale » (c'est-à-dire qui permet à l'élève de revenir plusieurs fois sur la même notion au cours de la formation, lui laissant ainsi le temps de la maturation, de l'assimilation et de l'appropriation) des concepts mathématiques, ce chapitre s'inscrit dans la continuité de ce qui a été étudié par l'apprenant autour des droites joignant les milieux des deux côtés d'un triangle comme station première suivie d'une deuxième étape relative au théorème direct de Thalès ou la division (ou partage) d'un segment en segments isométriques.

Selon cette démarche et afin de renforcer les acquis des apprenants, de les maintenir et de les rehausser, l'exigence méthodologique nécessite d'aborder, au départ, la situation des


ACTIVITÉS : JE DÉCOUVRE

Chapitre 04

Activité 1 Preuve du théorème de Thalès par le cosinus

Sur la figure ci - contre : ABC est un triangle .
Une parallèle (Δ) passant par un point M de [AB] , coupe [AC] en N.
La perpendiculaire à (MN) passant par A coupe [MN] en E et [BC] en F.
On pose $\alpha = \widehat{MAE}$ et $\beta = \widehat{NAE}$.

❶ *a* - Calculer cos α et cos β de deux manières différentes.
b - En déduire que : $\dfrac{AM}{AB} = \dfrac{AN}{AC}$.
La parallèle à (AC) passant par M coupe (BC) en D.

❷ *a* - Montrer que : MN = DC
b - En déduire que : $\dfrac{AM}{AB} = \dfrac{AN}{AC} = \dfrac{MN}{BC}$.

Activité 2 Théorème de Thalès dans la configuration noeud papillon

Sur la figure ci-contre : (Δ) // (BC) .
En utilisant la symétrie centrale de centre A, démontrer que :
$\dfrac{AM}{AB} = \dfrac{AN}{AC} = \dfrac{MN}{BC}$

Activité 3 Réciproque du théorème de Thalès

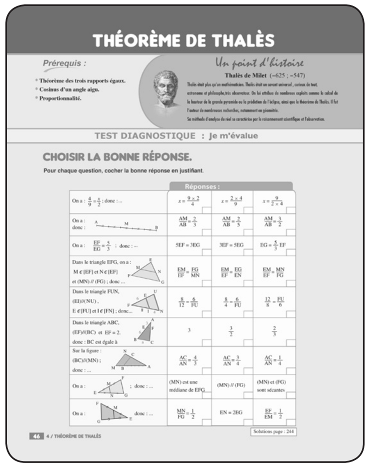
ABC est un triangle .
Soit M un point de la demi- droite [AB) et N un point de la demi - droite [AC) tels que : $\dfrac{AM}{AB} = \dfrac{AN}{AC}$.
La parallèle à (BC) passant par M coupe (AC) en N'.
❶ Montrer que : AN = AN'.
❷ En déduire que : (MN) // (BC).

Activité 4 Importance de l'ordre des points dans la réciproque.

ABC est un triangle.
Soit M un point de (AB) et soit N un point de (AC) comme indiqués sur la figure ci-contre.
❶ Comparer : $\dfrac{AM}{AB}$ et $\dfrac{AN}{AC}$
❷ La droite (MN) est-elle parallèle à (BC)?

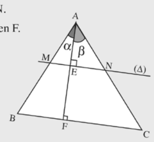
4 / THÉORÈME DE THALÈS 47

deux triangles en configuration « papillon » en diversifiant les cas de ce type sans hésiter d'utiliser des couleurs pour mettre en relief les longueurs homologues.
C'est parce nous savons, par expérience, que pareille situation pose parfois, pour certains élèves, une problématique qu'il est difficile de dépasser (surtout en ce qui concerne la correspondance des proportions égales), en ce qui concerne le théorème de Thalès dans la version de la réciproque, sujet central d'étude, il est nécessaire de proposer des contre-exemples pour avertir que la condition de l'alignement des points sur chacun des deux droites est indissociable de leur succession dans le même ordre.



Ainsi, l'égalité des proportions en concordance avec l'ordre (des points) implique (de point de vue logique), via la réciproque de Thalès, le parallélisme des deux droites.
Dans le cas où les proportions ne sont pas égales (différentes) et par contraposition du théorème direct de Thalès, le non parallélisme est alors prouvé. C'est la même difficulté que l'on peut relever lors du traitement du théorème de Pytagore .
Sans doute, l'utilisation du théorème Thalès sert, de façon générale, à déterminer la quatrième proportionnelle et la moyenne proportionnelle, mais aussi à calculer des longueurs outre le fait d'offrir la possibilité de déduire des proportionnalités, de résoudre des équations des premier et second degrés et de résolver des problèmes divers.
En conclusion, cette leçon est une occasion disponible d'exercer le raisonnement déductif, d'investir le raisonnement par l'absurde (ou par contraposition) et de formuler et rédiger les justifications et les démonstrations.

Gestion des activités

Activité	Traitement didactique
Activité 1 Preuve du théorème de Thalès par le cosinus Sur la figure ci - contre : ABC est un triangle . Une parallèle (Δ) passant par un point M de [AB] , coupe [AC] en N. La perpendiculaire à (MN) passant par A coupe [MN] en E et [BC] en F. On pose $\alpha = \widehat{MAE}$ et $\beta = \widehat{NAE}$. 1 *a* - Calculer cos α et cos β de deux manières différentes. *b* - En déduire que : $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$. La parallèle à (AC) passant par M coupe (BC) en D. 2 *a* - Montrer que : MN = DC *b* - En déduire que : $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$.  	• Le travail de recherche et d'accomplissement peut se faire en groupe (de 5 ou 6 élèves) munis de copies de dimensions différentes de la même figure (celle du manuel) ; et ce afin de pouvoir relier Thalès à la proportionnalité

• Utiliser la règle et le compas comme outils importants.

• Notons d'abord que les élèves ont déjà traité et étudié, dans une certaine mesure, des situations d'application du théorème direct de Thalès dans les cas de la droite parallèle à l'un des côtés d'un triangle et qui coupe les deux autres côtés en tant que segments.

C'est ainsi que cette activité est considérée comme situation complémentaire à la situation acquise.

1) • Pour inciter les élèves à calculer cos α et cos β de deux manières différentes, le professeur peut attirer l'attention des élèves que le cosinus d'un angle est indépendant de la position d'un point sur l'un de ses côtés et de son projeté orthogonal sur son autre côté (valeur intrinsèque du cosinus) ; et que le cosinus ne dépend que de la mesure de l'angle.

• Chaque groupe calcule cos α de deux façons différentes.

• Chaque groupe expose ses résultats pour les discuter collectivement à travers la mise en relief des étapes suivantes :

* Considérer le triangle ABF rectangle en F et les côtés [AB) et [AF) de l'angle α.
* $M \in [AB]$ et E et le projeté orthogonal de M sur (AF)
* D'une part $\cos\alpha = \dfrac{AE}{AM}$, et d'autre part $\cos\alpha = \dfrac{AF}{AB}$
* Déduire le résultat $\dfrac{AF}{AB} = \dfrac{AE}{AM}$ ❶
* De façon analogue à celle adoptée pour calculer cos α, les élèves viement à : $\dfrac{AF}{AC} = \dfrac{AE}{AN}$ ❷

• De ❶ et ❷, les élèves déduisent : $\dfrac{AM}{AB} = \dfrac{AN}{AC}$

Ici, il faut user de patience en tenant compte du fait que certains élèves peuvent avoir oublié comment manipuler des « proportions ».

• Chaque groupe reproduit le dessin du manuel et le complète par les données complémentaires.

2)• En utilisant les propriétés du parallélogramme ou celles de la symétrie centrale, chaque groupe conclut que MN = DC.

• En appliquant le théorème de Thalès dans le triangle ABC, et en considérant $M \in [BA]$, $D \in [BC]$ et $(MD) // (AC)$, on obtient :

$\frac{BM}{BA} = \frac{BD}{BC}$.

• Pour attirer les élèves à établir que $\frac{MN}{BC} = \frac{AM}{AB}$, le professeur peut leur demander de calculer DC en fonction de BC et BD

• Lors de la discussion des résultats des élèves, on s'attache à mettre en évidence les étapes suivantes du calcul :

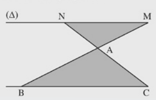
$$\frac{MN}{BC} = \frac{DC}{BC} = \frac{BC - BD}{BC} = 1 - \frac{BD}{BC} = 1 - \frac{BM}{BA} = \frac{BA - BM}{BA} = \frac{AM}{AB}.$$

Activité 2 **Théorème de Thalès dans la configuration noeud papillon**

Sur la figure ci-contre : $(\Delta) // (BC)$.

En utilisant la symétrie centrale de centre A, démontrer que :

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$



• Le professeur ouvre la voie aux élèves pour prendre l'initiative et gérer cette activité, et leur demande de préciser les étapes à suivre pour parvenir à l'égalité des proportions.

• On doit, toutefois, les inciter à penser à se ramener au cas de la situation « standard » par le biais de la symétrie de centre le point A.

• Lors de la discussion des travaux des élèves, on met l'accent sur les points suivants :

* On reproduit le dessin.

* Dans le cas de la figure considérée, les symétriques respectifs M' et N' des points M et N par rapport à A, appartiennent à [AB] et [AC].

* Comme la symétrie conserve le parallélisme, on aura (M'N') // (MN) et par suite (M'N') // (BC) (car (MN) = (Δ) et (Δ) // (BC))

* On retrouve la configuration précédente pour laquelle $\frac{AM'}{AB} = \frac{AN'}{AC} = \frac{M'N'}{BC}$

* On conclut en utilisant la conservation des distances par une symétrie centrale.

• La démarche poursuivre ne doit pas être trop guidé par l'enseignant sinon la situation-problème proposée perd toute son efficacité pédagogique.

- Il appartient alors au professeur, en invitant sa classe, de conclure ensemble à énoncer et formuler le théorème de Thalès dans toutes ses configurations.

Activité 3 **Réciproque du théorème de Thalès**

ABC est un triangle .

Soit M un point de la demi- droite [AB) et N un point de la demi - droite [AC) tels que : $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$.

La parallèle à (BC) passant par M coupe (AC) en N'.

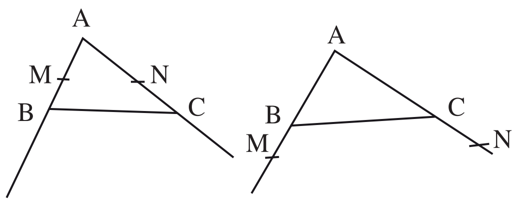
1. Montrer que : AN = AN'.
2. En déduire que : (MN) // (BC).

- Recherche en binômes.
- Outils : règle et compas.
- Le professeur peut s'arrêter aux données de l'activité et attirer l'attention des élèves à l'ordre des points A, B, M et les points A, C, N au même titre que les trois aspects du théorème direct de Thalès.

Par ailleurs, il convient de préciser ce que l'on cherche à établir qui est de prouver le parallélisme dans le cas de l'égalité des proportions et du respect de l'ordre des points.

- Les élèves construisent le dessin
- Les dessins peuvent différer d'un groupe à un autre.

Il y a lieu d' indiquer qu'il y a deux types de figures obtenues.



- Certains élèves peuvent s'interroger sur la position de N sachant que celle de M est précisée. À cet effet, le professeur peut procéder à la construction d'une figure géométrique en choisissant des longueurs données pour consolider les conceptions des élèves.
- En appliquant le théorème direct de Thalès, les élèves concluent que :

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN'}{AC}$$

En adjoignant la donnée $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$, les élèves parviennent à : AN' = AN.

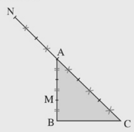
- En remarquant que N' et N appartiennent à la même demi-droite [AC) les élèves déduisent que N et N’ sont confondues (N = N’) . Comme , (MN’) // (BC) , alors (MN) // (BC).

- Le professeur encourage les élèves à énoncer le résultat acquis. Il faut valoriser les bonnes propositions des élèves lors de la formulation.
- En guise de conclusion, le professeur dénomme le résultat prouvé (théorème réciproque de Thalès).

Activité 4 **Importance de l’ordre des points dans la réciproque.**

ABC est un triangle.
Soit M un point de (AB) et soit N un point de (AC) comme indiqués sur la figure ci-contre.

1. Comparer : $\frac{AM}{AB}$ et $\frac{AN}{AC}$
2. La droite (MN) est-elle parallèle à (BC)?



- Recherche individuelle
- On vise par cette activité à souligner l’importance de l’ordre des points dans les données du théorème réciproque de Thalès.

La situation de construction posée sert de contre-exemple.

- On peut proposer la construction de figures où les mesures des longueur AM est choisie, puis en déduire la longueur AN par la relation

AN = $\frac{AC}{AB} \times AM$ de telle sorte que (MN) ne soit pas parallèle à (BC).

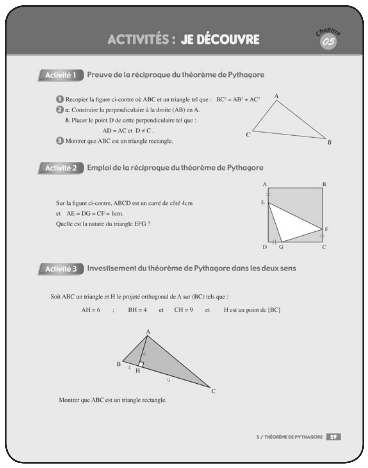
THÉORÈME DE PYTHAGORE

Capacités attendues :

Utiliser le théorème direct de Pythagore et le théorème réciproque de Pythagore en géométrie plane et dans quelques polygones réguliers.

Objectifs	Prérequis	Extensions
❶ Reconnaître et utiliser les théorèmes direct et réciproque de Thalès pour calculer des longueurs et pour prouver la perpendicularité. ❷ Employer les deux théorèmes dans la résolution de problèmes géométriques du plan ou de l'espace. ❸ Reconnaître et utiliser quelques relations métriques métriques dans un triangle rectangles (à travers des situations simples).	❶ Quadrilatères particuliers. ❷ Puissances. ❸ Equations. ❹ Triangle rectangle et cercle. ❺ Racines carrées. ❻ Théorème direct de Pythagore.	❶ Calcul trigonométrique. ❷ Triangles semblables. ❸ Distance entre deux points dans un repère orthogonal. ❹ Géométrie dans l'espace : Calcul des longueurs, des aires latérales et des volumes des solides; orthogonalité. ❺ Sciences physiques.

Indications didactiques


ACTIVITÉS : JE DÉCOUVRE

Chapitre 05

Activité 1 Preuve de la réciproque du théorème de Pythagore

❶ Recopier la figure ci-contre où ABC et un triangle tel que : $BC^2 = AB^2 + AC^2$

❷ a. Construire la perpendiculaire à la droite (AB) en A.

b. Placer le point D de cette perpendiculaire tel que :

AD = AC et D ≠ C .

❸ Montrer que ABC est un triangle rectangle.

Activité 2 Emploi de la réciproque du théorème de Pythagore

Sur la figure ci-contre, ABCD est un carré de côté 4cm et AE = DG = CF = 1cm.

Quelle est la nature du triangle EFG ?

Activité 3 Investisement du théorème de Pythagore dans les deux sens

Soit ABC un triangle et H le projeté orthogonal de A sur (BC) tels que :

AH = 6 ; BH = 4 et CH = 9 et H est un point de [BC]

Montrer que ABC est un triangle rectangle.

5 / THÉORÈME DE PYTHAGORE 59

Le célèbre théorème de Pythagore est enraciné dans l'esprit de tous ceux qui l'ont étudié. Cela est dû à son lien avec les triangles et les angles droits. les élèves ont déjà traité le théorème (ou propriété) direct de Pythagore qui s'applique à un triangle que l'on sait d'avance qu'il est rectangle ; ce qui permet de calculer la longueur de l'un de ses côtés connaissant les longueurs des deux autres.

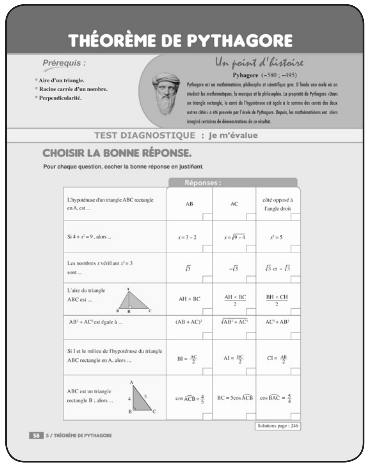
Cette leçon est considérée comme un moment très approprié du réinvestissement positif et constructif des différents résultats relatifs au triangle rectangle y compris ceux issus du triangle inscrit dans un demi-cercle (angle inscrit interceptant un demi-cercle).

En conformité avec l'esprit du curriculum sur le plan de la progressivité dans l'élaboration et la construction des concepts, et en harmonie avec l'approche constructiviste, et dans le cadre de l'acquisition de la capacité du raisonnement et de la démonstration, on a présenté les deux propriétés directe et réciproque sous forme de deux implications logiques :

- Si le triangle ABC est rectangle en A, alors $a^2 = b^2 + c^2$;
- Si $a^2 = b^2 + c^2$, alors le triangle ABC est rectangle en A.

A ce propos, il importe de noter ce qui suit :

* Si $a^2 = b^2 + c^2$, alors $a > b$ et $a > c$, car $a^2 - b^2 = c^2$ et $a^2 - c^2 = b^2$


THÉORÈME DE PYTHAGORE

Prérequis :

Un point d'histoire

TEST DIAGNOSTIQUE : Je m'évalue

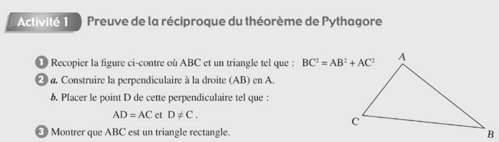
CHOISIR LA BONNE RÉPONSE.

* Par conséquent, si a est la longueur du plus grand côté du triangle ABC et si $a^2 \neq b^2 + c^2$, alors le triangle ABC n'est pas rectangle (ce résultat utilise l'implication contraposée)

* La preuve de la véracité de la réciproque repose sur la propriété directe ou sur les triangles isométriques ; on a choisi la première méthode pour sa simplicité d'une part, et d'autre part pour sa proximité du niveau cognitif de l'apprenant.

En conclusion, si on doit avouer que le théorème de Pythagore permet de prouver l'orthogonalité, la perpendicularité, de calculer des longueurs, des aires, de déterminer les longueurs des hauteurs, des bissectrices, des médianes et des mesures des éléments d'un triangle..., on doit, outre cela , reconnaître que ses extensions au niveau de la trigonométrie, des angles inscrits, des nombres irrationnels à d'autres niveaux ne tarissent pas.

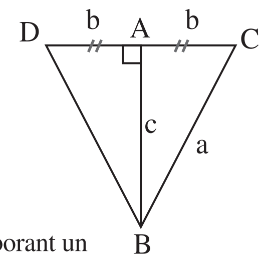
Gestion des activités

<table>
<tr><th>Activité</th><th>Traitement didactique</th></tr>
<tr><td>

Activité 1 Preuve de la réciproque du théorème de Pythagore

1. Recopier la figure ci-contre où ABC et un triangle tel que : $BC^2 = AB^2 + AC^2$
2. a. Construire la perpendiculaire à la droite (AB) en A.
b. Placer le point D de cette perpendiculaire tel que :
AD = AC et D ≠ C .
3. Montrer que ABC est un triangle rectangle.
</td><td>

- Recherche en binômes.
- Outils didactiques : Calque - règle - compas.
- Le professeur demande de reproduire le triangle ABC.
- Chaque binôme construit la perpendiculaire (Δ) à (AB) en A puis le point D de cette perpendiculaire tel que :

AD = AC et D ≠ C.



- Le professeur invite ses élèves à comparer les triangles ABC et ABD, et d'évoquer leur superposabilité non pas en se basant sur le dessin mais plutôt en élaborant un raisonnement pas étapes:
- Par construction, le triangle ABD est rectangle en A.

Chaque binôme calcule BD^2 en utilisant le théorème direct de Pythagore : $BD^2 = AB^2 + AD^2$. Comme AD = AC et $BC^2 = AB^2 + AC^2$, on déduit que $BD^2 = BC^2$ et par suite BD = BC.

- Les élèves observent que les triangles ABC et ABD ont les mêmes
</td></tr>
</table>

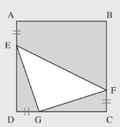
longueurs de côtés (respectivement : [AB] côté commun, AC = AD et BC = BD)

- Attirer l’attention des élèves sur le fait que A et B sont sur la médiatrice du segment [CD] ; ce qui leur permet de justifier que (AB) est la médiatrice de [CD].
- Par des questions stimulantes, pousser les élèves à noter que les triangles ABC et ABD sont symétriques par rapport à (AB)
- Les élèvent déduisent que les angles homologues (par la symétrie axiale d’axe (AB)) sont isométriques car la symétrie axiale conserve les angles géométriques. Ainsi : $\widehat{BAC} = \widehat{BAD}$ c’est-à-dire $\widehat{BAC} = 90°$ (car ABD est un triangle rectangle en A).
- Le professeur met ici l’accent sur la méthode adoptée dans la démonstration c’est-à-dire l’inverstissement de la symétrie axiale (qui conduit à la superposabilité des figures). Par ailleurs, il est à souligner que la formulation du théorème établi est faite par les élèves sous l’œil vigilant de l’enseignant :

Si les longueurs des côtés d’un triangle ABC vérifient la relation $BC^2 = AB^2 + AC^2$, alors ABC est un triangle en A (en indiquant que [BC] est le côté dont la longueur est la plus grande).

Activité 2 Emploi de la réciproque du théorème de Pythagore

Sur la figure ci-contre, ABCD est un carré de côté 4cm
et AE = DG = CF = 1cm.
Quelle est la nature du triangle EFG ?



- Recherche en binômes.
- Outils didactiques : règle et équerre.
- Chaque groupe observe la figure et identifie ses éléments.
- Pour certains élèves, il semble que l’angle $\widehat{EGF}$ est droit à l’œil nu ou en utilisant l’équerre. Le professeur intervient pour souligner que le fait de se référer à l’observation ou à un outil géométrique n’est pas toujours couvaincant et qu’il faut présenter une preuve aux réponses proposées c’est-à-dire que l’on doit justifier les réponses.
- Les élèves relient la perpendicularité au fait que le triangle EFG est rectangle en G.
- Chaque groupe calcule les carrés des longueurs GE et GF

Pour le calcul de EF^2, ils peuvent procéder soit en projetant E en H sur (BC), soit en projetant F en K sur (AD).

Les élèves remarquent donc que AEHB (respectivement CFKS) est un rectangle. Ainsi : EH = 4 et BH = 1.

Ce qui implique que : FH= 2.

En considérant le triangle HEF rectangle en H, les élèves utilisent le théorème direct de Pythagore et obtiennent

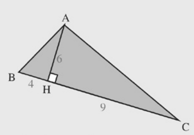
$$EF^2 = EH^2 + FH^2 \quad \text{c'est-à-dire} \quad EF^2 = 20.$$

- On met alors en application le théorème réciproque de Pythagore établi à l'activité 1; ce qui permet de dire que EFG est un triangle rectangle en G.
- Lors du calcul de EF précité, les élèves sont invités à trouver la bonne voie et sont stimulés pour penser à projeter E ou F sur l'un des côtés du carré.
- On peut leur demander de chercher en temps libre des configurations analogues.

Activité 3 **Investissement du théorème de Pythagore dans les deux sens**

Soit ABC un triangle et H le projeté orthogonal de A sur (BC) tels que :

AH = 6 ; BH = 4 et CH = 9 et H est un point de [BC]



Montrer que ABC est un triangle rectangle.

- Recherche individuelle.
- En employant les données de la figure géométrique, chaque élèves calcule d'abord les longueurs des côtés du triangle ABC.
- On présente les résultats obtenus qui sont comparés et discutés collectivement.
- Le professeur se concentre sur les étapes poursuivies :

 * Calcul de la longueur AB en appliquant le théorème direct de Pythagore dans le triangle ABH.

 * Calcul de la longueur AC en appliquant le théorème direct de Pythagore dans le triangle rectangle ACH.

 * Calcul de la longueur BC : BC = BH + HC (en signalant que cette égalité est réalisée car H $\in$ [BC]).

 * Vérification de l'égalité $BC^2 = AB^2 + AC^2$.

 * Contrôle des conditions d'application du théorème réciproque de Pythagore pour déduire la nature du triangle ABC.

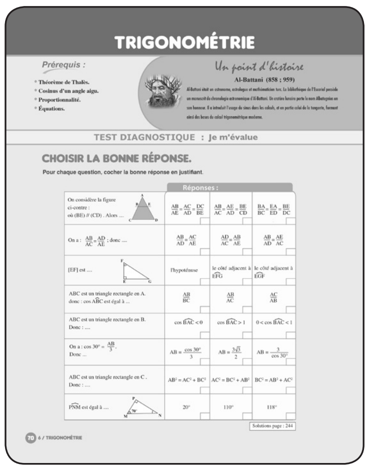
Capacités attendues :

❶ Connaitre et utiliser les relations entre le sinus, le cosinus et la tangente d'un angle et les longueurs des côtés d'un triangle rectangle.

❷ Utiliser la calculatrice pour déterminer les valeurs approchées des rapports trigonométriques d'un angle aigu et inversement.

Objectifs	Prérequis	Extensions
❶ Reconnâitre et utiliser les relations entre le sinus, le cosinus et la tangente d'un angle aigu et les longueurs de deux côtés d'un triangle rectangle. ❷ Utiliser la claculatrice pour déterminer des valeurs approchées des rapports trigonométriques d'un angle aigu donné et inversement. ❸ Savoir et utiliser la relation $\cos^2 a + \sin^2 a = 1$ pour calculer sin a ou cos a connaissant la valeur de l'un d'eux. ❹ Utiliser les relations entre les rapports trigonométriques de deux angles complémentaires. ❺ Employer et investir la trigonométrie dans la résolution de problèmes géométrique divers.	❶ Cosinus d'un angle aigu. ❷ Théorème de Pythagore. ❸ Ordre et opérations. ❹ Parallélisme et perpendicularité ❺ Triangle rectangle. ❻ Proportionnalité.	❶ Au niveau scolaire supérieur : Trigonométrie (équations trigonométriques. ❷ En sciences physiques. ❸ En géométrique dans l'espace. ❹ En architecture.

Indications didactiques

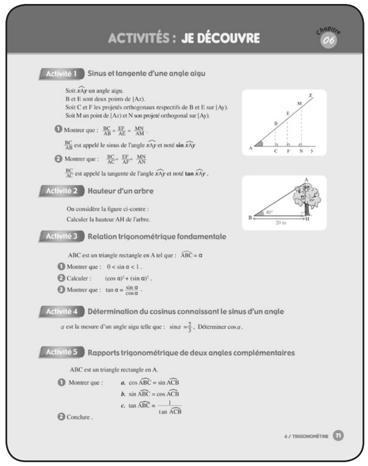

TRIGONOMÉTRIE
Prérequis :
Un point d'histoire
TEST DIAGNOSTIQUE : Je m'évalue
CHOISIR LA BONNE RÉPONSE.

Les élèves ont déjà rencontré et traité le cosinus d'un angle aigu l'année précédente. Dans le même contexte, les notions de sinus et de tangente d'un angle aigu sont introduites comme étant des rapports de deux longueurs des côtés d'un triangle rectangle. Quand à la présentation, elle est étayée par le théorème de Thalès . De plus, on procède à établir (ou à vérifier) la propriété $\tan x = \dfrac{\sin x}{\cos x}$ (x étant la mesure d'un angle aigu) et s'appuyer sur le théorème de Pythagore pour prouver la relation trigonométrique fondamentale : $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$.

Cette leçon offre plusieurs applications et conséquences parmi lesquelles la détermination des éléments d'un triangle rectangle, isocèle ou particulier (longueurs des côtés et mesures des angles) connaissant deux grandeurs qui vont ensemble : c'est ce qu'on dénomme la résolution du triangle.

D'une manière générale, l'emploi de la trigonométrie dans la résolution de problèmes, eu égard aux relations entre les lignes trigonométriques et leurs ''dépendances'' (par exemple, les égalités $\tan x = \dfrac{\sin x}{\cos x}$, $\sin x = \tan x \times \cos x$ et $\cos x = \dfrac{\sin x}{\tan x}$

sont équivalentes entre elles); nous même vers des méthodes diverses et différentes de résolution. Par conséquent, on doit insister sur la nécessité de développer les habiletés des apprenants à choisir la méthode la plus pertinente et efficace et avec le minimum d'efforts et au moindre coût.



ACTIVITÉS : JE DÉCOUVRE

Chapitre 06

Activité 1 Sinus et tangente d'une angle aigu

Soit $\widehat{xAy}$ un angle aigu.
B et E sont deux points de [Ax).
Soit C et F les projetés orthogonaux respectifs de B et E sur [Ay).
Soit M un point de [Ax) et N son projeté orthogonal sur [Ay).

1 Montrer que : $\frac{BC}{AB} = \frac{EF}{AE} = \frac{MN}{AM}$.

$\frac{BC}{AB}$ est appelé le sinus de l'angle $\widehat{xAy}$ et noté **sin** $\widehat{xAy}$

2 Montrer que : $\frac{BC}{AC} = \frac{EF}{AF} = \frac{MN}{AN}$

$\frac{BC}{AC}$ est appelé la tangente de l'angle $\widehat{xAy}$ et noté **tan** $\widehat{xAy}$.

Activité 2 Hauteur d'un arbre

On considère la figure ci-contre :
Calculer la hauteur AH de l'arbre.

Activité 3 Relation trigonométrique fondamentale

ABC est un triangle rectangle en A tel que : $\widehat{ABC} = \alpha$

1 Montrer que : $0 < \sin\alpha < 1$.

2 Calculer : $(\cos\alpha)^2 + (\sin\alpha)^2$.

3 Montrer que : $\tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$.

Activité 4 Détermination du cosinus connaissant le sinus d'un angle

α est la mesure d'un angle aigu telle que : $\sin\alpha = \frac{2}{3}$. Déterminer $\cos\alpha$.

Activité 5 Rapports trigonométrique de deux angles complémentaires

ABC est un triangle rectangle en A.

1 Montrer que : **a.** $\cos\widehat{ABC} = \sin\widehat{ACB}$
b. $\sin\widehat{ABC} = \cos\widehat{ACB}$
c. $\tan\widehat{ABC} = \frac{1}{\tan\widehat{ACB}}$

2 Conclure .

6 / TRIGONOMÉTRIE 71

Partir du triangle rectangle dans la trigonométrie ouvre la voie au réinvestissement de tout ce qui a été étudié auparavant autour des triangles rectangles, des rectangles et des losanges. Cet investissement s'étend à la démonstration de l'orthogonalité, au calcul des longueurs ou des angles dans l'espace.

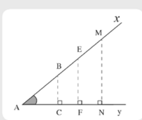
L'utilisation de la calculatrice pour déterminer des valeurs approchées des lignes trigonométriques d'un angle aigu ou pour calculer des valeurs approchées de la mesure d'un angle dont l'une des lignes trigonométriques est connue, est évidemment souhaitable et très utile pour l'assimilation des concepts abordés dans cette leçon d'une part, et d'autre part pour la résolution des problèmes géométriques et algébriques. Par ailleurs, l'investissement des relations fondamentales (y compris les relations entre les lignes trigonométriques de deux angles complémentaires et autres) dans la concrétisation de l'interdépendance entre les lignes trigonométriques, les racines carrées, et entre les angles, les longueurs, les aires, et l'exploitation de tout cela dans la résolution de problèmes nécessitant des valeurs exactes, est crucial dans le renforcement des capacités d'intégration des apprenants.

Gestion des activités

<table>
<tr><th>Activité</th><th>Traitement didactique</th></tr>
<tr><td>

Activité 1 Sinus et tangente d'une angle aigu

Soit $\widehat{xAy}$ un angle aigu.
B et E sont deux points de [Ax).
Soit C et F les projetés orthogonaux respectifs de B et E sur [Ay).
Soit M un point de [Ax) et N son projeté orthogonal sur [Ay).



1 Montrer que : $\frac{BC}{AB} = \frac{EF}{AE} = \frac{MN}{AM}$.

$\frac{BC}{AB}$ est appelé le sinus de l'angle $\widehat{xAy}$ et noté **sin** $\widehat{xAy}$

2 Montrer que : $\frac{BC}{AC} = \frac{EF}{AF} = \frac{MN}{AN}$

$\frac{BC}{AC}$ est appelé la tangente de l'angle $\widehat{xAy}$ et noté **tan** $\widehat{xAy}$.

</td><td>

- Recherche en binômes.

1) • Chaque binôme observe la figure géométrique proposée et identifie ses composantes et ses éléments.

- Chaque binôme démontre l'égalité des rapports considérés proposés.
- Les travaux sont exposés à la discussion et le professeur met l'accent sur les étapes méthodologiques suivantes :

a. Pour montrer que trois nombres sont égaux c'est-à-dire $x = y = z$, il suffit de montrer, par exemple, que $x = y$ et $y = z$.

Au niveau de la situation en question, on démontre, par exemple, que

$$\frac{BC}{AB} = \frac{EF}{AE} \text{ et } \frac{EF}{AE} = \frac{MN}{AM}$$

b. Les droites (BC), (EF) et (MN) sont parallèles (deux à deux) car elles

</td></tr>
</table>

sont perpendiculaires à la demi-droite [Ay).

c. Pour obtenir, les deux égalités précitées, on applique le théorème direct de Thalès dans chacun des triangles AEF et AMN.

On obtient : $\frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC} = \frac{EF}{BC}$ et $\frac{AM}{AE} = \frac{AN}{AF} = \frac{MN}{EF}$

d. On extrait de ces égalités les éléments qui ont un rapport avec ce que l'on veut établir c'est-à-dire que l'on conserve : $\frac{AE}{AB} = \frac{EF}{BC}$ et $\frac{AM}{AE} = \frac{MN}{AM}$

On en déduit alors que :

$$\frac{BC}{AB} = \frac{EF}{AE} \quad \text{et} \quad \frac{AM}{AE} = \frac{MN}{AM}$$

(grâce aux propriétés de la proportionnalité)

Ainsi : $\frac{BC}{AB} = \frac{EF}{AE} = \frac{MN}{AM}$.

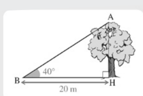
- En choisissant des questions appropriées à la situation, le professeur mène les élèves à la définition du sinus d'un angle aigu en soulignant que le sinus est indépendant des triangles rectangles considérés dans la démonstration mais dépend de la mesure de cet angle, et que la règle dans un triangle ABC rectangle en C peut s'écrire :

$$\sin \widehat{BAC} = \frac{BC}{AM} = \frac{\text{Longueur du côté opposé à } \widehat{A}}{\text{Longueur de l'hypoténuse}}$$

2) Chaque groupe poursuit les mêmes étapes méthodologiques précitées, et le professeur définit la tangente d'un angle et sa dépendance uniquement avec sa mesure.

Activité 2 **Hauteur d'un arbre**

On considère la figure ci-contre :
Calculer la hauteur AH de l'arbre.



- Recherche en petits groupes.
- Outils didactiques : calculatrice (en mode degré) ; rapporteur.
- On demande aux élèves d'expliquer ce que l'on doit faire sur le terrain et dans la réalité et quels sont les instruments qui conviennent pour pouvoir mesurer la hauteur de l'arbre (mais tout d'abord l'angle de vision).
- Cette activité vise à donner un exemple concret d'application des mathématiques, à faire manier les instruments de géométrie dont l'acquisition reste approximative pour certains élèves et réaliser un travail rigoureux et soigné.
- Le professeur propose de reproduire sous forme d'un tracé géomé-

trique, le dessin du manuel. Cette restitution nécessite de choisir les longuers et les angles appropriés et la bonne manipulation des outils de géométrie. Ce qui est très enrichissant.

- Les élèves doivent penser au fait que la longueur AH cherchée est celle du côté [AH] opposé à l'angle $\widehat{ABH} = 40°$ et que BH est la longueur du côté adjacent pour en déduire la tangente de $\widehat{ABH}$ est la plus pertinente pour déterminer AH.

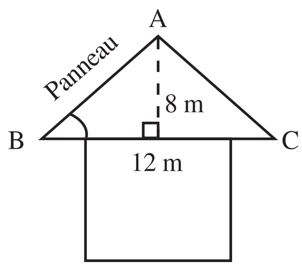
Ils trouvent alors : tan 40° = 40° = $\frac{AH}{20}$.

et en tirent : AH= 20 tan 40°.

- A l'aide de la calculatrice, on trouve les valeurs approchées de tan 40° et de AH.

- On peut proposer aux élèves des situations analogues qui correspondent à des triangles rectangles dont on connaît les cathètes c'est-à-dire les deux côtés qui forment l'angle droit. Par exemple, si on veut déposer un panneau solaire sur un toit incliné comme indiqué sur la figure, quelle sera la tangente de l'angle $\widehat{ABC}$ (inclinaison)?.

Mais le plus important ici est $\widehat{ABC}$: par les touches SHIFT et tan, on trouve $\widehat{ABC}$ = 33,7° (ou encore 33° 42°)



Activité 3 **Relation trigonométrique fondamentale**

ABC est un triangle rectangle en A tel que : $\widehat{ABC} = \alpha$

1. Montrer que : $0 < \sin\alpha < 1$.
2. Calculer : $(\cos\alpha)^2 + (\sin\alpha)^2$.
3. Montrer que : $\tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$.

- Recherche en binômes.

1) • Chaque binôme calcule sin α en fonction de AC et BC :

$\sin\alpha = \frac{AB}{BC}$

- Sachant que l'hypoténuse est le côté le plus long dans un triangle rectangle, alors 0 < AC < BC ; puis les élèves concluent que $0 < \frac{AC}{BC} < 1$ en utilisant l'ordre et les opérations.

- Le professeur leur indique que le cosinus d'un angle aigu (dans un triangle rectangle) est aussi compris strictement entre 0 et 1.

[D'ailleurs le cosinus d'un angle aigu est égal au sinus de son complémentaire qui est aussi aigu. (note pour l'enseignant)].

2) • Chaque groupe applique le théorème de Pythagore dans le triangle ABC; il trouve : $BC^2 = AB^2 + AC^2$

• En utilisant la définition de $\cos\alpha$ et $\sin\alpha$, chaque groupe obtient :

$$\cos\alpha = \frac{AB}{BC} \quad \text{et} \quad \sin\alpha = \frac{AC}{BC} \quad \text{et} \quad (\cos\alpha)^2 + (\sin\alpha)^2 = \left(\frac{AB}{BC}\right)^2 + \left(\frac{AC}{BC}\right)^2$$

• En utilisant les propriétés des puissances et les techniques de calcul, chaque groupe trouve $(\cos\alpha)^2 + (\sin\alpha)^2 = \dfrac{AB^2 + AC^2}{BC^2} = \dfrac{BC^2}{BC^2} = 1$

• Le professeur encadre ce résultat et insiste sur son importance comme relation permettant de calculer le sinus connaissant le cosinus et réciproquement;

• On peut introduire l'écriture conventionnelle $\cos^2\alpha = (\cos\alpha)^2$ et $\sin^2\alpha = (\sin\alpha)^2$

3) • Chaque groupe écrit les égalités suivantes : $\tan\alpha = \dfrac{AC}{AB}$, $\sin\alpha = \dfrac{AC}{BC}$ et $\cos\alpha = \dfrac{AB}{BC}$, puis il en déduit la relation demandée.

• Le professeur souligne l'utilité de cette relation qui permet de calculer $\cos\alpha$ et $\sin\alpha$ connaissant $\tan\alpha$.

Activité 4 **Détermination du cosinus connaissant le sinus d'un angle**

α est la mesure d'un angle aigu telle que : $\sin\alpha = \frac{2}{3}$, Déterminer $\cos\alpha$.

• Recherche individuelle.

• Cette activité repose sur la relation fondamentale :

$$(\cos\alpha)^2 + (\sin\alpha)^2 = 1$$

• Chaque élève calcule $\cos\alpha$:

a. soit en remplaçant $\sin\alpha$ par sa valeur;

b. soit en écrivant $(\cos\alpha)^2 = 1 - (\sin\alpha)^2$.

• L'élève parvient à : $(\cos\alpha)^2 = \dfrac{5}{9}$ puis à $\cos\alpha = \dfrac{\sqrt{5}}{3}$

• On peut remarquer que l'on peut répondre à la question en construisant un triangle ABC rectangle en A tel que :

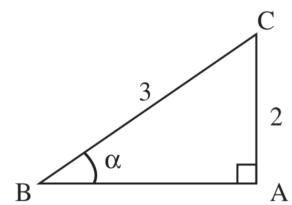
$AC = 2$ et $BC = 3$.

L'angle α est identique à $\widehat{ABC}$.

Par le théorème de Pythagore,

on obtient $AB = \sqrt{5}$

On en déduit alors $\cos\alpha$.



- Il est plus enrichissant de proposer, par exemple, de calculer $\cos\beta$ et $\sin\beta$ connaissant $\tan\beta = 0,75$. C'est un lieu fertile où l'on est amené à exploiter la proportionnalité et les techniques de calcul.

On peut se demander aussi est-ce que la connaissance d'un rapport trigonométrique permet le calcul des deux autres rapports. Les deux approches géométrique et par le calcul son autorisées.

Activité 5 **Rapports trigonométrique de deux angles complémentaires**

ABC est un triangle rectangle en A.

1. Montrer que :
   a. $\cos\widehat{ABC} = \sin\widehat{ACB}$
   b. $\sin\widehat{ABC} = \cos\widehat{ACB}$
   c. $\tan\widehat{ABC} = \dfrac{1}{\tan\widehat{ACB}}$
2. Conclure .

- Recherche individuelle.
- Chaque élève construit un dessin comme support visuel.
- Chaque élève calcule les rapports trigonométriques des angles $\widehat{B}$ et $\widehat{C}$.
- Les élèves exposent, comparent et discussion leurs résultats.
- Le professeur souligne, au cours de la discussion sur les points suivants :

a. Noter que $\widehat{B} + \widehat{C} = 90°$ c'est-à-dire que $\widehat{B}$ et $\widehat{C}$ sont complémentaires.

b. Prouver les résultats dans un triangle rectangle quelconque.

c. En déduire que le sinus de l'un des angles aigus est égal au cosinus de l'autre angle aigu qui le complète, et que la tangente de chacun d'eux est égale à l'inverse de la tangente de l'autre.

En d'autres termes, si α et β sont mesures de deux angles aigus tels que $\alpha + \beta = 90°$; alors : $\sin\alpha = \cos\beta$, $\cos\alpha = \sin\beta$ et $\tan\alpha = \dfrac{1}{\tan\beta}$.

d. Pour enrichir la discussion, le professeur peut proposer le calcul de

sin 60°, sin 45°, sin 30° et tan 30°.

sachant que : $\cos 30° = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$, $\cos 45° = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$ et $\cos 60° = \dfrac{1}{2}$.

chapitre 7

ORDRE ET OPERATIONS

Capacités attendues :

❶ Maîtriser les propriétés de l'ordre et des opérations et les utiliser dans la résolution de problèmes

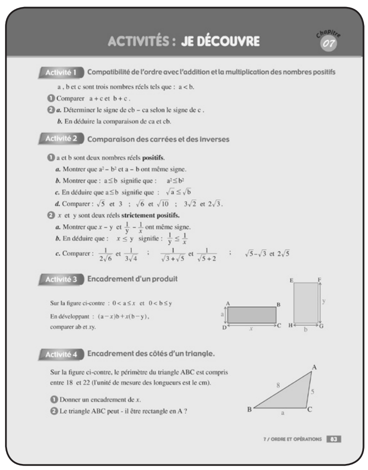
❷ Maîtriser les différentes techniques de comparaison de deux nombres et utiliser les plus appropriées d'entre elles selon la situation étudiée.

Objectifs	Prérequis	Extensions
❶ Comparer deux nombres réels par la détermination du signe de leur différence. ❷ Comparer deux expressions en utilisant les propriétés de l'ordre et des opérations. ❸ Encadrer une expression et employer cet encadrement dans la détermination de valeurs approchées. ❹ Utiliser les puissances de 10 dans l'étude de l'ordre et de de la valeur approchée.	❶ Comparaison de deux nombres rationnels et utilisation des règles liées à l'ordre et à l'addition et à la multiplication par un nombre positif . ❷ Encabrement de quelques nombres ou résultats. ❸ Inégalité triangulaire. ❹ Calcul des périmètres, des aires et des volumes. ❺ Théorème de Pythagore ❻ Techniques du calcul numérique et règles des signes. ❼ Ecriture scientifique.	❶ Inéquations. ❷ Démonstration des inégalités. ❸ Encadrement d'un nombre et détermination de ses valeurs approchées. ❹ En physique et dans d'autres disciplines scolaires : comparaison de grandeurs. ❺ Intervalles (au niveau du tronc commun) ❻ Encadrement d'expressions littérales.

Indications didactiques

Il est indéniable que la comparaison des nombres donne et un sens et une signification à la notion de nombre et à la définition de l'égalité dans l'ensemble des nombres entiers, rationnels ou réels.

Les apprenants ont déjà traité la comparaison et le classement des nombres entiers naturels (en comparant le nombre de chiffres puis en comparant les chiffres de position l'un après l'autre) puis la comparaison des nombres décimaux (en comparant les dénominateurs et les numérateurs) ensuite celle des nombres rationnels (en calculant la différence, en déterminant son signe, en réduisant au même dénominateur …) . Cette leçon constitue un prolongement en prérequis précédent autour de l'ordre, pour englober l'ensemble des nombres réels.


ACTIVITÉS : JE DÉCOUVRE — Chapitre 07

Activité 1 Compatibilité de l'ordre avec l'addition et la multiplication des nombres positifs

a , b et c sont trois nombres réels tels que : $a < b$.

❶ Comparer $a + c$ et $b + c$.

❷ *a.* Déterminer le signe de $cb - ca$ selon le signe de c .

b. En déduire la comparaison de ca et cb.

Activité 2 Comparaison des carrées et des inverses

❶ a et b sont deux nombres réels **positifs.**

a. Montrer que $a^2 - b^2$ et $a - b$ ont même signe.

b. Montrer que : $a \leq b$ signifie que : $a^2 \leq b^2$

c. En déduire que $a \leq b$ signifie que : $\sqrt{a} \leq \sqrt{b}$

d. Comparer : $\sqrt{5}$ et 3 ; $\sqrt{6}$ et $\sqrt{10}$; $3\sqrt{2}$ et $2\sqrt{3}$.

❷ x et y sont deux réels **strictement positifs.**

a. Montrer que $x - y$ et $\frac{1}{y} - \frac{1}{x}$ ont même signe.

b. En déduire que : $x \leq y$ signifie : $\frac{1}{y} \leq \frac{1}{x}$

c. Comparer : $\frac{1}{2\sqrt{6}}$ et $\frac{1}{3\sqrt{4}}$; $\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{5}}$ et $\frac{1}{\sqrt{5}+2}$; $\sqrt{5}-\sqrt{3}$ et $2\sqrt{5}$

Activité 3 Encadrement d'un produit

Sur la figure ci-contre : $0 < a \leq x$ et $0 < b \leq y$

En développant : $(a-x)b+x(b-y)$,

comparer ab et xy.

Activité 4 Encadrement des côtés d'un triangle.

Sur la figure ci-contre, le périmètre du triangle ABC est compris entre 18 et 22 (l'unité de mesure des longueurs est le cm).

❶ Donner un encadrement de x.

❷ Le triangle ABC peut - il être rectangle en A ?

7 / ORDRE ET OPÉRATIONS 83

A cet égard, il convient du noter le profit que l’on peut tirer des approximations et des valeurs approchées dans la comparaison de deux nombres.


ORDRE ET OPÉRATIONS

Prérequis :

* Ordre et opérations sur les nombres rationnels.

Un point d'histoire

John Wallis (1616 ; 1703)

Wallis est un mathématicien anglais. Ses travaux sont précurseurs de ceux de Newton. On lui doit le symbole de l'infini. Il résolut le problème de la voûte quarrable de géométrie. Il s'intéressa aussi à l'arithmétique. Il est également précurseur de la phonétique, de l'éducation des sourds et de l'orthophonie.

TEST DIAGNOSTIQUE : Je m'évalue

CHOISIR LA BONNE RÉPONSE.

Pour chaque question, cocher la bonne réponse en justifiant.

	Réponses :		
$x - 7$ est un nombre positif ; donc :	$x \leq 7$	$x \geq 7$	x et 7 sont positifs
x est un nombre rationnel inférieur ou égal à 4 ; donc :	$4 - x \geq 0$	$x - 4 \geq 0$	$4 - x \leq 0$
a et b sont deux nombres rationnels tels que a < b ; donc :	$a - b > 0$	a et b sont de signes contraires	$a - b < 0$
$-2 \leq x \leq 3$ signifie que	$-2 \leq x$ et $x \leq 3$	$x \leq 3$	$x \geq -2$
Si $a < 2$ et $b < -4$, alors	$-a + 4 < b - 2$	$-ab < -8$	$a + b < -2$
Si $a \leq b$, alors	$3a \leq b$	$3a \leq 3b$	$3a \geq 3b$
On a : $x \leq 5$. Alors	$-2x - 1 \leq -9$	$2x - 1 \leq 9$	$2x - 1 \geq 9$
Le volume du pavé droit est compris enre 58,37 et 58,42 ; donc :	$5,2 < h < 5,4$	$4,34 < h < 4,56$	$4,864 < h < 4,869$

Solutions page : 246

82 7 / ORDRE ET OPÉRATIONS

L’inégalité triangulaire est l’une des formes des inégalités géométriques qui met en évidence la nécessité de faire appel au symbole dans le traitement des nombres réels positifs, outre son opérationnalité pour établir certaines inégalités remarquables .

Les élèves doivent se convaincre que si le sens de toute inégalité ne change pas lorsque l’on y ajoute un nombre réel positif on négatif , et que l’on peut additionner membre à membre deux inégalités de même sens, mais contrairement à cela, il faut prendre garde avant de multiplier une inégalité par un nombre réel non nul sauf si on s’est assuré de son signe. D’autre part, il faut être conscient que la comparaison de deux nombres après avoir comparé leurs carrés n’est possible que si l’on dispose du signe de ces deux nombres :

$$(0 \leq a \leq b \text{ implique } 0 \leq a^2 \leq b^2) \text{ et } (a \leq b \leq 0 \text{ implique } 0 \leq b^2 \leq a^2)$$

De même pour les inverses de deux nombres non nuls :

$$(0 \leq a \leq b \text{ implique } 0 \leq \frac{1}{b} \leq \frac{1}{a}) \text{ et } (a \leq b < 0 \text{ implique } \frac{1}{b} \leq \frac{1}{a} < 0)$$

La maîtrise des propriétés de l’ordre et des opérations et son investissement dans la résolution de problèmes peut être considérée comme l’un des compétences que l’on doit veiller à faire évoluer et à développer pour parvenir à la perfection dans l’encadrement d’expressions algébriques en utilisant le bagage en calcul algébrique voire géométrique dans certains cas .

Quant à l’étude de l’ordre à travers les valeurs approchées et l’utilisation des puissances de 10, c’est un outil incontournable pour effecteur des approximations et des estimations nécessaires et pertinentes en vue de résoudre des problèmes de comprendre leurs sens, leurs significations et leurs interprétations (en s’attachant à l’encadrement d’un nombre réel par deux nombre décimaux)

De façon générale, l’avantage pédagogique de l’ordre et de ses propriétés réside dans les possibilités offertes dans une partie de l’analyse ultérieurement, en particulier les majorations et les minorations et ce qui en résulte lors de l'étude des limites et de la continuité .

Les activités et les exercices proposés dans le différentes séquences de la leçon sont de nature à développer les compétences des apprenants quant à la maîtrise des techniques de l’ordre et de l’encadrement.

Gestion des activités

<table>
<tr><th>Activité</th><th>Traitement didactique</th></tr>
<tr><td>
Activité 1 Compatibilité de l'ordre avec l'addition et la multiplication des nombres positifs
a , b et c sont trois nombres réels tels que : $a < b$.
1 Comparer $a + c$ et $b + c$.
2 a. Déterminer le signe de $cb - ca$ selon le signe de c .
b. En déduire la comparaison de ca et cb.
</td><td>
• Recherche en binômes
• À travers des questions incitatrices, le professeur pousse ses elèves à se rappeler la règle générale de comparaison de deux nombres : pour comparer a et b , il suffit de déterminer le signe de leur différence $a – b$ (ou $b – a$).
• Chaque binôme compare $a + c$ et $b + c$ en calculant d'abord $(b + c) – (a + c)$ qui vaut $b – a$. Le professeur conclut alors que le sens de l'inégalité $a \leq b$ est inchangé en ajoutant un même nombre aux deux membre de l'inégalité , quel que soit le signe de ce nombre .
• Chaque binôme étudie le signe de $cb – ca$ selon le signe de c. Puis les résultats sont exposés pour la discussion et la correction.
• Le professeur met l'accent, lors de la discussion sur les étapes méthodologique suivantes :
* Factorisation de la différence $cb – ca$ c'est-à-dire :
$$cb – ca = c (b – a).$$
* $b – a$ est un nombre positif ; donc le signe de $cb – ca$ est le même que celui de c.
* Présentation des deux cas $c > 0$ et $c < 0$ en rappelant les acquis précédents.
• Le résultat final revêt un caractère très important dans les encadrements, les majorations et les minorations. C'est pourquoi, on doit inciter les élèves à participer à la formulation de la règle de multiplication par un nombre .
</td></tr>
<tr><td>
Activité 2 Comparaison des carrées et des inverses
1 a et b sont deux nombres réels positifs.
a. Montrer que $a^2 - b^2$ et $a - b$ ont même signe.
b. Montrer que : $a \leq b$ signifie que : $a^2 \leq b^2$
c. En déduire que $a \leq b$ signifie que : $\sqrt{a} \leq \sqrt{b}$
d. Comparer : $\sqrt{5}$ et 3 ; $\sqrt{6}$ et $\sqrt{10}$; $3\sqrt{2}$ et $2\sqrt{3}$.
2 x et y sont deux réels strictement positifs.
a. Montrer que $x - y$ et $\frac{1}{y} - \frac{1}{x}$ ont même signe.
b. En déduire que : $x \leq y$ signifie : $\frac{1}{y} \leq \frac{1}{x}$
c. Comparer : $\frac{1}{2\sqrt{6}}$ et $\frac{1}{3\sqrt{4}}$; $\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{5}}$ et $\frac{1}{\sqrt{5}+2}$; $\sqrt{5}-\sqrt{3}$ et $2\sqrt{5}$
</td><td>
• Recherche en binômes
• Donner un temps de recherche aux élèves.
1) • Chaque groupe établit que $a^2 – b^2$ et $a – b$ ont le même signe en employant l'identité remarquable $a^2 – b^2 = (a + b) (a – b)$ sachant en plus que $a + b$ est positif.
• Chaque binôme en déduit que $a \leqslant b$ signifie que $a – b \leqslant 0$ c'est-a-dire $a^2 – b^2 \leqslant 0$ (d'après a) ou encore $a^2 \leqslant b^2$.
• Quant à la question c) , les nombre $\sqrt{a}$ et $\sqrt{b}$ jouent respectivement les rôles de a et b.
• Chaque binôme applique les deux résultats de la question b) pour com-
</td></tr>
</table>

parer les nombres proposés.

- Favoriser les bons essais des élèves.

Il est souhaitable que la formulation des conclusions émane des élèves .

2) • Chaque groupe établit que $\frac{1}{y} - \frac{1}{x}$ et $x - y$ ont le même signe en réduisant au même dénominateur :

- Chaque binôme en déduit que ($x \leq y$) signifie que ($x - y \leq 0$) c'est-à-dire $\frac{1}{y} - \frac{1}{x} \leq 0$ ou encore $\frac{1}{y} \leq \frac{1}{x}$.
- Ce résultat très important doit être bien formulé et encadré par les élèves.
- Le professeur attire l'attention des élèves que si on dispose au départ d'une inégalité, alors par l'utilisation de ce résultat on obtient une double inégalité : $0 < x \leq y$ donne $0 < \frac{1}{y} \leq \frac{1}{x}$.

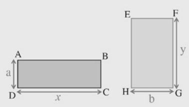
Par exemple : $2 \leq x$ « implique» $0 < \frac{1}{x} \leq \frac{1}{2}$.

Activité 3 Encadrement d'un produit

Sur la figure ci-contre : $0 < a \leq x$ et $0 < b \leq y$

En développant : $(a - x)b + x(b - y)$,

comparer ab et xy.

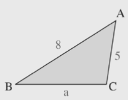


- Recherche en binômes
- chaque binôme observe rectangles et leurs dimensions et relie les deux expressions et leur rapport avec la situation géométrique : la largeur est inférieure ou égale à la longueur .
- En développant $(a - x)b + x(b - y)$, les élèves trouvent $a\,b - x\,y$ pour conclure après que $ab \leq xy$
- Le professeur intervient pour encadrer le savoir instauré en signalant l'importance du signe des nombres en question.

Activité 4 Encadrement des côtés d'un triangle.

Sur la figure ci-contre, le périmètre du triangle ABC est compris entre 18 et 22 (l'unité de mesure des longueurs est le cm).

1. Donner un encadrement de x.
2. Le triangle ABC peut - il être rectangle en A ?



- Recherche en binômes
- Accorder aux élèves un temps de recherche .
- Connaissant l'encadrement du périmètre, chaque binôme encadre la longueur du côté [BC] et parvient à $5 \leq a \leq 9$.
- Le professeur incite ses élèves à supposer que ABC est un triangle rectangle en A , et les pousse à calculer la longueur de l'hypoténuse [BC] en utilisant le théorème de pythagore.
- Les élèves parviennent au résultat : $BC = a = \sqrt{89}$
- Les élèves se posent alors la question suivante :
  Est-ce que ce résultat est compatible avec les contraintes du problème?
- Les élèves remarquent alors que $\sqrt{89} > \sqrt{81}$; ce qui contredit les résultats obtenus auparavant
- Certains élèves seront tentés d'écrire $5 \leq \sqrt{81} \leq 9$ comme réponse. Le professeur insiste ici sur la vérification de la véracité de cette relation ou de son impossibilité.
- Il convient de commenter le raisonnement adopté et son appellation (raisonnement par l'absurde).

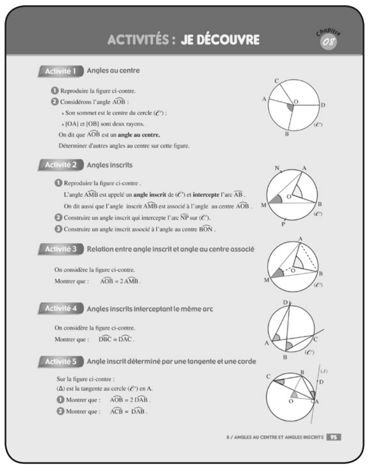
ANGLES AU CENTRE ET ANGLES INSCRITS

Capacités attendues :

❶ Comparer un angle inscrit et un angle au centre qui interceptent le même arc

Objectifs	Prérequis	Extensions
❶ Reconnaître les angles inscrits et les angles au centre et les relier à l'arc qu'ils interceptent . ❷ Déterminer la mesure d'un angle au centre. ❸ Utiliser la relation entre la mesure de l'angle inscrit et celle de l'angle au centre qui intercepte avec lui le même arc , et ce pour résoudre des problème géométriques.	❶ Triangle inscrit dans un demi-cercle ❷ Cercle et ses éléments géométriques ❸ Somme des mesures des angles d'un triangle. ❹ Angles supplémentaires et angles complémentaires. ❺ Propriétés des triangle et éléments caractéristiques. ❻ Equations.	❶ Triangles semblables ❷ Formule des sinus

Indications didactiques


ACTIVITÉS : JE DÉCOUVRE

Chapitre 08

Activité 1 Angles au centre

❶ Reproduire la figure ci-contre.

❷ Considérons l'angle $\widehat{AOB}$:

- Son sommet est le centre du cercle $(\mathscr{C})$;
- [OA] et [OB] sont deux rayons.

On dit que $\widehat{AOB}$ est un **angle au centre.**

Déterminer d'autres angles au centre sur cette figure.

Activité 2 Angles inscrits

❶ Reproduire la figure ci-contre .

L'angle $\widehat{AMB}$ est appelé un **angle inscrit** de $(\mathscr{C})$ et **intercepte** l'arc $\overset{\frown}{AB}$.

On dit aussi que l'angle inscrit $\widehat{AMB}$ est associé à l'angle au centre $\widehat{AOB}$.

❷ Construire un angle inscrit qui intercepte l'arc $\overset{\frown}{NP}$ sur $(\mathscr{C})$.

❸ Construire un angle inscrit associé à l'angle au centre $\widehat{BON}$.

Activité 3 Relation entre angle inscrit et angle au centre associé

On considère la figure ci-contre.

Montrer que : $\widehat{AOB} = 2\,\widehat{AMB}$.

Activité 4 Angles inscrits interceptant le même arc

On considère la figure ci-contre.

Montrer que : $\widehat{DBC} = \widehat{DAC}$.

Activité 5 Angle inscrit déterminé par une tangente et une corde

Sur la figure ci-contre :

(Δ) est la tangente au cercle $(\mathscr{C})$ en A.

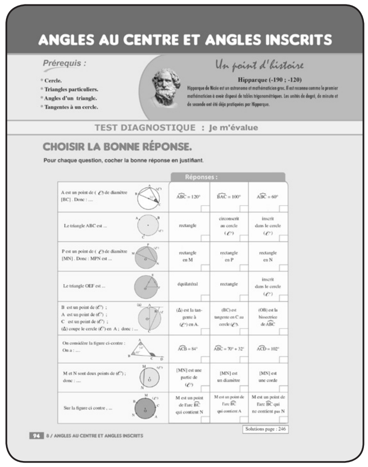
❶ Montrer que : $\widehat{AOB} = 2\,\widehat{DAB}$.

❷ Montrer que : $\widehat{ACB} = \widehat{DAB}$.

8 / ANGLES AU CENTRE ET ANGLES INSCRITS 95

Les apprenants ont été déjà confrontés à des situations variées et diverses concernant l'isométrie de deux angles, leur complémetarité ou leur supplémentarité à l'intérieur ou à l'extérieur d'un triangle. De plus, les élèves ont investi la notion d'angle inscrit , sans signaler le terme, à travers un triangle rectangle, un rectangle ou un carré où l'hypoténuse , dans ces situations, représente le diamètre du cercle qui circonscrit ce polygone. Cette leçon constitue une continuité systémique et une extension qualitative qui met en évidence la corrélation entre les angles et le cercle ; c'est aussi un champ vaste et fertile à la preuve de plusieurs techniques et à leur justification, et à l'acquisition d'aptitudes de résolution de problèmes relatifs aux angles, à l'isométrie d'angles, à l'orthogonalité, au parallélisme , à la tangence et à la trigonométrie .

À cet égard , on doit rappeler que ce chapitre est la première occasion où l'apprenant, rencontre les deux nouveaux termes " l'angle au centre interceptant un arc donné d'un cercle" et " les angles inscrits interceptant un arc donné d'un cercle ou liés à un angle au centre déterminé". C'est pourquoi, on doit veiller à mettre en évidence les interdépendances et les relations existantes entre ces notions tout en les consolidant par le biais de dessins et de constructions susceptibles de rendre l'apprenant capable de saisir la corrélation entre ces notions ; cela exige l'implication de l'apprenant dans les différentes étapes du raisonnement lui permettant ainsi d'avoir et d'intérioriser une vision claire à propos de ces concepts dans leur relation avec les acquis précédents.


ANGLES AU CENTRE ET ANGLES INSCRITS

Prérequis :
* Cercle.
* Triangles particuliers.
* Angles d'un triangle.
* Tangentes à un cercle.

Un point d'histoire

TEST DIAGNOSTIQUE : Je m'évalue

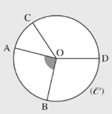
CHOISIR LA BONNE RÉPONSE.

Pour chaque question, cocher la bonne réponse en justifiant.

Afin d'éviter les confusions qui peuvent provenir d'une présentation concentrée des conclusions des connaissances, on doit exposer les connaissances fondamentales de façon chronologique comme suit : Angle au centre – Angles inscrits liés à un angle au centre – Deux angles inscrits interceptant le même arc.

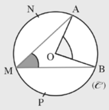
La séquence " ***Je pratique"*** , avec ce qu'elle comporte comme situations , est une opportunité où l'élève pratique et exerce la méthodologie de résolution de problèmes comportant ou utilisant les angles inscrits. En effet , chacun sait que le fait d'ouvrir la voie devant l'apprenant pour affronter le plus grand nombre d'exercices autour des angles et du cercle, le rend certainement plus apte à intégrer ses compétences de manière positive.

Gestion des activités

Activité	Traitement didactique
Activité 1 Angles au centre 1 Reproduire la figure ci-contre. 2 Considérons l'angle $\widehat{AOB}$: • Son sommet est le centre du cercle ($\mathscr{C}$) ; • [OA] et [OB] sont deux rayons. On dit que $\widehat{AOB}$ est un **angle au centre.** Déterminer d'autres angles au centre sur cette figure.  	• Travail collectif • Outils didactiques : règle et compas. • Les élèves reproduisent la figure. • En se basant sur la définition de l'angle au centre, le professeur demande à quelques élèves de proposer des angles au centre extraits de la figure, et les consigne au tableau. • Pour pouvoir inventorier tous les angles inscrits dont les sommets sont des points de la figure, le professeur propose une stratégie d'organisation des données sur un tableau après avoir déterminé le nombre des points du cercle , puis on extrait le nombre de paires de points liées aux arcs (sans oublier les angles particuliers : angle droits et angle plat) • Le professeur conclut en donnant la définition d'un angle au centre et de l'arc qu'il intercepte.

<table>
<tr>
<td>

Activité 2 Angles inscrits



1. Reproduire la figure ci-contre .
   L'angle $\widehat{AMB}$ est appelé un **angle inscrit** de ($\mathscr{C}$) et **intercepte** l'arc $\overset{\frown}{AB}$.
   On dit aussi que l'angle inscrit $\widehat{AMB}$ est associé à l'angle au centre $\widehat{AOB}$.
2. Construire un angle inscrit qui intercepte l'arc $\overset{\frown}{NP}$ sur ($\mathscr{C}$).
3. Construire un angle inscrit associé à l'angle au centre $\widehat{BON}$.

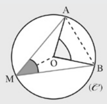
</td>
<td>

- Travail en binômes.
- Outils didactique : Règle et compas.
- Chaque binôme construit un angle inscrit associé à l'angle au centre $\widehat{NOP}$ en utilisant la définition.
- Les travaux sont présentés et discutés collectivement

Le professeur reçoit plusieurs propositions et procède à la correction des situations fausses ou ambiguës en écartant les angles inscrits supplémentaires à l'angle inscrit en question : par exemple $\widehat{NMP}$ est un angle inscrit sauf qu'il intercepte le grand arc et s'associe à l'angle rentrant.

</td>
</tr>
<tr>
<td>

Activité 3 Relation entre angle inscrit et angle au centre associé

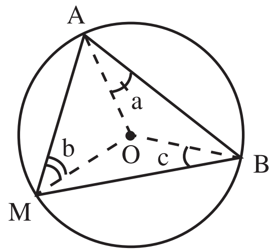


On considère la figure ci-contre.

Montrer que : $\widehat{AOB} = 2\,\widehat{AMB}$.

</td>
<td>

- Recherche en binômes
- Accorder un temps de réflexion et de recherche aux élèves
- On procède à la codification de la figure pour faciliter le travail (voir dessin)



- Chaque binôme observe la figure proposée et identifie ses constituants géométriques
- Pour garantir l'avancement du travail, le professeur demande aux élèves d'extraire les triangles isocèles dont l'un des angles est a , b ou c puis incite les élèves à utiliser la propriété relative à la somme des angles d'un triangle, que l'on applique aux triangles AOB , AOM et BOM
- Chaque groupe parvient à formuler la relation : $2a + 2b + 2c = 180°$
- En considérant le triangle AOB isocèle en O , chaque binôme déduit la relation : $a + a + \widehat{AOB} = 180°$ c'est - à- dire :

  $\widehat{AOB} = 180° – 2a$
- Pour établir la relation fondamentale demandée, les élèves sont tenus de montrer l'égalité $b + c = \widehat{AMB}$ qui résulte de la relation de Chasles pour les angles adjacents.
- C'est l'étape cruciale de l'activité où le professeur intervient pour mettre en évidence l'importance de cette relation, l'encadrer au sein du système de connaissances géométriques principales, la consolider et la renforcer par des exemples numériques d'illustration.

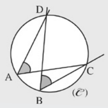
Par exemple, (si $\widehat{AOB} = 90°$, alors $\widehat{AMB} = 45°$)ou (si $\widehat{AOB} = 180°$, alors $\widehat{AMB} = 90°$) ; ce dernier exemple est l'un des acquis de l'élève (angle interceptant un demi-cercle)

</td>
</tr>
</table>

Activité 4 Angles inscrits interceptant le même arc

On considère la figure ci-contre.

Montrer que : $\widehat{DBC} = \widehat{DAC}$.



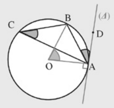
- Recherche individuelle.
- Accorder un temps de recherche aux élèves.
- Les élèves observent la figure et identifient ses éléments.
- Le professeur laisse l'initiative aux élèves pour penser à l'angle au centre associé aux deux angles inscrits en question
- Les élèves exploitent alors le résultat de la question précédente pour établir l'égalité des deux angles.
- On laisse le soin aux élèves pour formuler le savoir instauré.
- S'assurer de la maîtrise dans la formulation de cette propriété en demandant à quelques élèves de l'exprimer de plusieurs façons.

Activité 5 Angle inscrit déterminé par une tangente et une corde

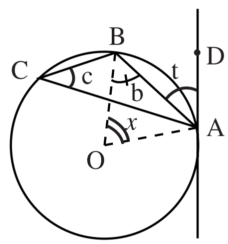
Sur la figure ci-contre :

(Δ) est la tangente au cercle ($\mathscr{C}$) en A.

1. Montrer que : $\widehat{AOB} = 2\,\widehat{DAB}$.
2. Montrer que : $\widehat{ACB} = \widehat{DAB}$.



- Recherche en binômes.
- Chaque binôme observe la figure et identifie ses éléments.
- Chaque groupe démontre la relation demandée (après un temps de recherche) et présente son résultat pour la comparaison et la discussion en soulignant les étapes de la preuve :



✻ En utilisant la somme des angles du triangle isocèle OAB, on obtient $x = 180° - 2\,b$

✻ Le professeur questionne les élèves à propos de la tangente à un cercle et ses propriétés géométrique en tant que perpendiculaire au rayon (en son point de tangence)

✻ Chaque groupe arrive donc à : $b + t = 90°$ puis à : $t = 90° - b$

✻ Les élèves relient les deux relations obtenus et en déduisent la relation demandée $x = 2t$ c'est – à- dire $\widehat{AOB} = 2\,\widehat{DAB}$

- En exploitant l'activité 4, on trouve $\widehat{ACB} = \widehat{DAB}$
- À cet égard, le professeur ajoute que la définition de l'angle inscrit associé à l'arc $\widehat{AB}$ s'étend aussi à l'angle $\widehat{DAB}$; il souligne aussi que cet angle est isométrique à tous les angles inscrits associés à l'angle au centre $\widehat{AOB}$.

chapitre 9

TRIANGLES ISOMÉTRIQUES

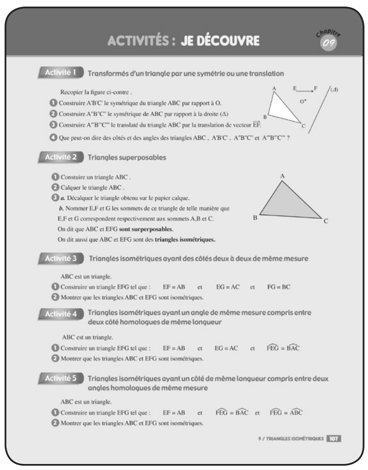
Capacités attendues :

Reconnaître deux triangles isométriques.

Objectifs	Prérequis	Extensions
❶ Reconnaître les cas d'isométrie des triangles. ❷ Relier les éléments homologues dans le cas de deux triangles isométriques. ❸ Employer l'isométrie des triangles dans la résolution des problèmes géométriques.	❶ Symétrie axiale et symétrie centrale. ❷ Translation . ❸ Droites remarquables dans un triangle. ❹ Angles au centre et angles inscrites ❺ Angles formés par deux droites parallèles et une sécante. ❻ Somme des mesures des angles d'un triangle. ❼ Théorème de Thalès et théorème de Pythagore.	❶ Triangles semblables ❷ Au niveau du tronc commun scientifique : ● Homothétie. ● Graphiques et plans. ❸ puissance d'un point par rapport à un cercle.

Indications didactiques

● Les cas d'isométrie des triangles (superposalilité) sont aussi vieux que la géométrie. Ils ont été abondamment utilisés par Euclide et étaient un des outils essentiels des mathématiciens, mais aussi des collégiens et des lycéens, pour faire de la géométrie.
 « Les cas d'isométrie des triangles donnent des critères qui permettent d'affirmer l'existence d'une isométrie échangeant deux triangles (avec comme conséquence l'égalité des éléments autres que ceux utilisés) sans être obligé, c'est le cas actuellement, d'exhiber celle-ci . D'ailleurs, la démonstration est une parfaite illustration de ce principe de transitivité : on envoie un sommet sur un autre, puis une demi - droite sur une autre, etc. et peu importe quelle est la transformation finale "*



ACTIVITÉS : JE DÉCOUVRE

Chapitre 09

Activité 1 Transformés d'un triangle par une symétrie ou une translation

Recopier la figure ci-contre .

❶ Construire A'B'C' le symétrique du triangle ABC par rapport à O.

❷ Construire A"B"C" le symétrique de ABC par rapport à la droite (Δ)

❸ Construire A'"B'"C'" le translaté du triangle ABC par la translation de vecteur $\overrightarrow{EF}$.

❹ Que peut-on dire des côtés et des angles des triangles ABC , A'B'C' , A"B"C" et A'"B'"C'" ?

Activité 2 Triangles superposables

❶ Constuire un triangle ABC .

❷ Calquer le triangle ABC .

❸ *a.* Décalquer le triangle obtenu sur le papier calque.

b. Nommer E,F et G les sommets de ce triangle de telle manière que E,F et G correspondent respectivement aux sommets A,B et C.

On dit que ABC et EFG **sont surperposables**.

On dit aussi que ABC et EFG sont des **triangles isométriques.**

Activité 3 Triangles isométriques ayant des côtés deux à deux de même mesure

ABC est un triangle.

❶ Construire un triangle EFG tel que : EF = AB et EG = AC et FG = BC

❷ Montrer que les triangles ABC et EFG sont isométriques.

Activité 4 Triangles isométriques ayant un angle de même mesure compris entre deux côté homologues de même longueur

ABC est un triangle.

❶ Construire un triangle EFG tel que : EF = AB et EG = AC et $\widehat{FEG} = \widehat{BAC}$

❷ Montrer que les triangles ABC et EFG sont isométriques.

Activité 5 Triangles isométriques ayant un côté de même longueur compris entre deux angles homologues de même mesure

ABC est un triangle.

❶ Construire un triangle EFG tel que : EF = AB et $\widehat{FEG} = \widehat{BAC}$ et $\widehat{FEG} = \widehat{ABC}$

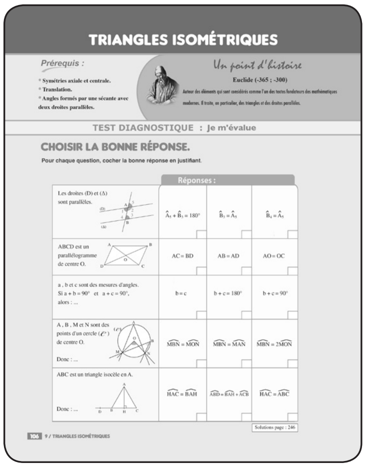
❷ Montrer que les triangles ABC et EFG sont isométriques.

9 / TRIANGLES ISOMÉTRIQUES 107

● On vous propose un cas d'isométrie qui est facile à repérer sans passer par l'outil des isométries où il est parfois délicat de choisir la transformation qui convient :

ABC est triangle isocèle de base [BC]. la médiatrice de [AC] coupe [BC] en D que l'on suppose extérieur à [BC]. On porte sur [AD] une longueur AE = BD, de l'autre côté de A par rapport à D. Montrer que CDE est isocèle.

On montre ici facilement que ABC et CEA sont isométriques et on en déduit que $\widehat{CEA} = \widehat{ADB}$.



En revanche, l'isométrie pertinente est la rotation r de centre O (centre du cercle circonscrit à ABC) et d'angle $\left(\widehat{\overrightarrow{OB}\,;\overrightarrow{OA}}\right)$. Mais la manipulation des propriétés de r et la justification du fait que r(D) = E ne sont pas tout à fait évidentes.

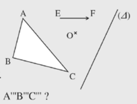
● « Pour étudier les triangles isométriques, on peut s'appuyer sur les seules notions acquises antérieurement d'une part, et d'autre part sur des notions liées à la perception . Il faut insister d'abord sur l'effort important que l'on peut entreprendre pour différencier le résultat observé du résultat démontré et pour annoncer clairement le statut des divers énoncés : (**) définition, résultat ou théorème admis sur conjecture ou résultat ou théorème établi.»4(**)

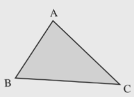
Lors de la résolution d›un problème géométrique, l'outil informatique permet d'en obtenir rapidement, le plus souvent de façon dynamique et interactive, une représentation très concrète » (**).

(*) https : // www.math.u-psud.fr. *Géométrie euclidienne, invariants, cas d'isométrie et de similitude des triangles.*

(**) Groupe usage des logiciels en lycée de l'IUFM. *Triangles isométriques et triangles semblables.* IREM de Clermont-Ferrand. septembre 2000.

Gestion des activités

Activité	Traitement didactique
 **Activité 1** Transformés d'un triangle par une symétrie ou une translation Recopier la figure ci-contre . 1 Construire A'B'C' le symétrique du triangle ABC par rapport à O. 2 Construire A''B''C'' le symétrique de ABC par rapport à la droite (Δ) 3 Construire A'''B'''C''' le translaté du triangle ABC par la translation de vecteur $\overrightarrow{EF}$. 4 Que peut-on dire des côtés et des angles des triangles ABC , A'B'C' , A''B''C'' et A'''B'''C''' ?	● Recherche en petits groupes. ● Outils didactiques : règle et compas. ● Chaque groupe procède à la construction du symétrique du triangle par rapport à O, par rapport à (Δ) puis de son translaté par la translation considérée. ● Le maniement des outils géométriques est à contrôler.

<table>
<tr>
<td></td>
<td>
• Chaque groupe observe les figures obtenues et remarque que les triangles images sont identiques de point de vue de la forme et de l’étendue.
• Inviter les élèves à investir les caractéristiques des transformations considérées en tant qu’isométries c’est-à-dire qui conservent les longueurs et les angles.
• La démarche proposée (passer par des isométries que les élèves connaissent par leurs propriétés) permet d’acquérir le concept de triangles isométriques et de développer des compétences mathématiques. Cette activité, à travers la question de conservation, va guider vers une stratégie de résolution qui pourra être adaptée ultérieurement .
</td>
</tr>
<tr>
<td>
Activité 2 Triangles superposables
1 Constuire un triangle ABC .
2 Calquer le triangle ABC .
3 *a.* Décalquer le triangle obtenu sur le papier calque.
b. Nommer E,F et G les sommets de ce triangle de telle manière que E,F et G correspondent respectivement aux sommets A,B et C.
On dit que ABC et EFG **sont surperposables**.
On dit aussi que ABC et EFG sont des **triangles isométriques.**


</td>
<td>
• Recherche en binômes
• Chaque groupe calque le triangle ABC puis le décalque pour obtenir un triangle EFG qui est superposable à ABC.
• Chaque groupe mesure les côtés et les angles des deux triangles afin de les comparer.
• On doit attirer l’attention des élèves que tous les triangles isométriques ne sont qu’une reproduction exacte d’un même et unique triangle.
Par ailleurs, le professeur insiste sur le fait que quand on affirme que deux triangles ABC et EFG sont isométriques, il convient de noter les sommets homologues (ou correspondants) dans le même ordre.
</td>
</tr>
<tr>
<td>
Activité 3 Triangles isométriques ayant des côtés deux à deux de même mesure
ABC est un triangle.
1 Construire un triangle EFG tel que : EF = AB et EG = AC et FG = BC
2 Montrer que les triangles ABC et EFG sont isométriques.
</td>
<td>
• Recherche collective
• Outils didactiques : Règle et compas.
• Cette activité a pour objectif de vérifier si les mesures de trois côtés sont suffisantes pour obtenir deux triangles isométriques.
• Proposer des valeurs numériques pour les longueurs des côtés, par exemple : AB = 6cm, AC = 7cm et BC = 8cm.
• On demande aux élèves quelle est la démarche à suivre pour effectuer
</td>
</tr>
</table>

	cette construction. les élèves parviennent au résultat selon lequel on ne peut construire qu'un seul triangle répondant à la question posée. Ce qui permet de conclure. Le professeur intervient pour expliquer qu'un unique triangle peut être construit à partir de trois mesures données, et que l'on peut affirmer que : Deux triangles ayant un angle isométrique **<u>compris</u>** entre deux côtés homologues isométriques sont isométriques.
Activité 4 Triangles isométriques ayant un angle de même mesure compris entre deux côté homologues de même longueur ABC est un triangle. ❶ Construire un triangle EFG tel que : EF = AB et EG = AC et $\widehat{FEG} = \widehat{BAC}$ ❷ Montrer que les triangles ABC et EFG sont isométriques.	• Recherche en binômes • Outils didactiques : Règle, compas et rapporteur • On vise ici à vérifier si un triangle peut être reproduit précisément en ne connaissant que la mesure d'un angle et les mesures des côtés de cet angle. • Après avoir fait la construction du triangle EFG, en suivant une démarche proposée par les élèves, on parvient au résultat du deuxième cas d'isométrie des triangles que les élèves, sous le contrôle du professeur, peuvent formuler comme suit : Deux triangles ayant un angle isométrique <u>compris</u> entre deux côtés homologues isométriques.
Activité 5 Triangles isométriques ayant un côté de même longueur compris entre deux angles homologues de même mesure ABC est un triangle. ❶ Construire un triangle EFG tel que : EF = AB et $\widehat{FEG} = \widehat{BAC}$ et $\widehat{FEG} = \widehat{ABC}$ ❷ Montrer que les triangles ABC et EFG sont isométriques.	• Recherche en binômes. • Outils didactiques : Règle, compas et rapporteur. • On vise ici à vérifier si un triangle peut être reproduit précisément en ne connaissant que les mesures de deux angles et d'un seul côté. • Après avoir fait la construction du triangle EFG, en suivant une démarche proposée par les élèves, on parvient au résultat du troisième cas d'isométrie des triangles que les élèves, sous le contrôle du professeur, peuvent formuler comme suit : Deux triangles ayant un côté isométrique <u>compris</u> entre deux angles homologues isométriques sont isométriques.

TRIANGLES SEMBLABLES

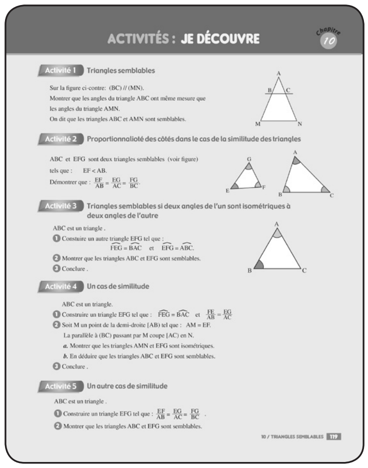
Capacités attendues :

Utiliser les cas de similitude.

Objectifs	Prérequis	Extensions
❶ Reconnaître la similitudes de deux triangles, la relier à l'agrandissement et la réduction des figures, et à la proportionnalité côtes homologues . ❶ Reconnaître et utiliser les cas de similitudes dans la résolution de problèmes géométriques .	❶ Triangles isométriques ❷ Droites remarquables dans un triangle ❸ Angles au centre et angles inscrits. ❹ Angles formés par deux droites parallèles et une sécante ❺ Somme des mesures des angles d'un triangle. ❻ Théorèmes de Thalès et théorème de Pythagore.	❶ Homothétie ❷ Rotation ❸ Similitude ❹ Puissance d'un point par rapport à un cercle.

Indications didactiques

Historiquement, la notion d'isométrie de deux figures est antérieure à beaucoup de notions géométriques y compris les outils des vecteurs et des transformations.
Cela est imputable principalement au fait que cette notion est fondée sur la ssuperposabilité qui est un principe en harmonie avec les structures mentales de l'homme .
Les élèves ont déjà traité les triangles isométriques et reconnu les cas d'isométrie dans des situations de sensibilisation puis dans d'autres situations d'application, ce qui leur a conféré une connaissance première dans la perspective de la développer au niveau de la représentation et du raisonnement.
Il va sans dire que la maîtrise de l'isométrie garantit la résolution de plusieurs problèmes surtout ceux qui requièrent la reconnaissance des segments isométriques, le calcul des longueurs, la détermination des mesures des angles ou la classification des triangles et des quadrilatères au niveau de leurs relations avec l'isométrie ou l'égalité.


ACTIVITÉS : JE DÉCOUVRE
Chapitre 10

Activité 1 Triangles semblables
Sur la figure ci-contre: (BC) // (MN).
Montrer que les angles du triangle ABC ont même mesure que les angles du triangle AMN.
On dit que les triangles ABC et AMN sont semblables.

Activité 2 Proportionnalioté des côtés dans le cas de la similitude des triangles
ABC et EFG sont deux triangles semblables (voir figure)
tels que : EF < AB.
Démontrer que : $\frac{EF}{AB} = \frac{EG}{AC} = \frac{FG}{BC}$.

Activité 3 Triangles semblables si deux angles de l'un sont isométriques à deux angles de l'autre
ABC est un triangle .
❶ Constuire un autre triangle EFG tel que :
$\widehat{FEG} = \widehat{BAC}$ et $\widehat{EFG} = \widehat{ABC}$.
❷ Montrer que les triangles ABC et EFG sont semblables.
❸ Conclure .

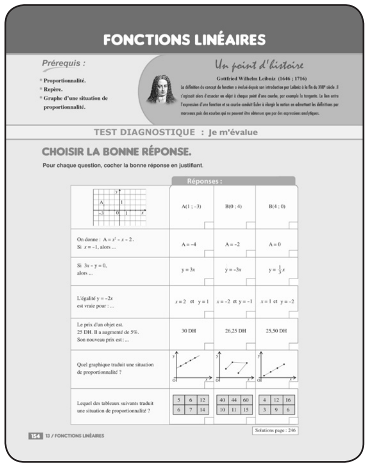
Activité 4 Un cas de similitude
ABC est un triangle.
❶ Construire un triangle EFG tel que : $\widehat{FEG} = \widehat{BAC}$ et $\frac{FE}{AB} = \frac{EG}{AC}$
❷ Soit M un point de la demi-droite [AB) tel que : AM = EF.
La parallèle à (BC) passant par M coupe [AC) en N.
a. Montrer que les triangles AMN et EFG sont isométriques.
b. En déduire que les triangles ABC et EFG sont semblables.
❸ Conclure .

Activité 5 Un autre cas de similitude
ABC est un triangle .
❶ Construire un triangle EFG tel que : $\frac{EF}{AB} = \frac{EG}{AC} = \frac{FG}{BC}$.
❷ Montrer que les triangles ABC et EFG sont semblables.

10 / TRIANGLES SEMBLABLES 119

Par ailleurs, la notion d'isométrie permet d'effectuer différentes contructions géométriques et d'accomplir des justifications étayées pour certaines instaurations.
À titre d'exemple, on cite : la contruction de la bissectrice d'un angle ; la démonstration de la propriété caractéristique de la bissectrice ; la construction d'un angle isométrique à un angle donné, la démonstration de certaines propriétés des droites remarquables d'un triangle . Ainsi, il ressort clairement que l'isométrie des triangles est un acquis de base et un point de départ indispensable pour la construction de nouveaux savoirs.
En ce qui concerne la similitude des triangles , elle constitue un prolongement logique et naturel de l'isométrie du triangles

et des concepts qui lui sont contextualisés. C'est pourquoi, on doit envisager la progressivité dans la construction et inciter les apprenants, à travers l'investissement des acquisitions précédentes , à maitriser les cas de similitude . On peut, à cet égard , indiquer les connaissances acquises pouvant être investies dans ce cadre : parallèles et sécante ; théorème de Thalès ; angles inscrits et angles au centre ; agrandissement et réduction de figures ; …


FONCTIONS LINÉAIRES

Prérequis :

- Proportionnalité.
- Repère.
- Graphe d'une situation de proportionnalité.

Un point d'histoire

Gottfried Wilhelm Leibniz (1646 ; 1716)

La définition du concept de fonction a évolué depuis son introduction par Leibniz à la fin du XVII[e] siècle .Il s'agissait alors d'associer un objet à chaque point d'une courbe, par exemple la tangente. Le lien entre l'expression d'une fonction et sa courbe conduit Euler à élargir la notion en admettant les définitions par morceaux puis des courbes qui ne peuvent être obtenues que par des expressions analytiques.

TEST DIAGNOSTIQUE : Je m'évalue

CHOISIR LA BONNE RÉPONSE.

Pour chaque question, cocher la bonne réponse en justifiant.

	Réponses :		
	$A(1 ; -3)$	$B(0 ; 4)$	$B(4 ; 0)$
On donne : $A = x^2 - x - 2$. Si $x = -1$, alors ...	$A = -4$	$A = -2$	$A = 0$
Si $3x - y = 0$, alors ...	$y = 3x$	$y = -3x$	$y = \frac{1}{3}x$
L'égalité $y = -2x$ est vraie pour : ...	$x = 2$ et $y = 1$	$x = -2$ et $y = -1$	$x = 1$ et $y = -2$
Le prix d'un objet est. 25 DH. Il a augmenté de 5%. Son nouveau prix est : ...	30 DH	26,25 DH	25,50 DH
Quel graphique traduit une situation de proportionnalité ?			
Lequel des tableaux suivants traduit une situation de proportionnalité ?	5 6 12 / 6 7 14	40 44 60 / 10 11 15	4 12 16 / 3 9 6

Solutions page : 246

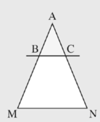
154 13 / FONCTIONS LINÉAIRES

De plus , la similitude de deux triangles rectangles est considérée comme l'un des cas particuliers remarquables, eu égard au bagage dont dispose l'apprenant autour des possibilités de résolution de divers problèmes relatifs aux triangles semblables , d'autre part ; on peut particulièrement mentionner :

preuve de la similitude de deux triangles ; détermination du rapport de deux triangles semblables ; détermination du rapport des aires de deux triangles semblables ; rapport des longueurs de deux côtes homologues dans deux triangles semblables ; relation métriques dans un triangle rectangle ; calcul des longueurs (distance) ; calcul des aires ; preuve de relations (métriques) entre les distances et les longueurs .

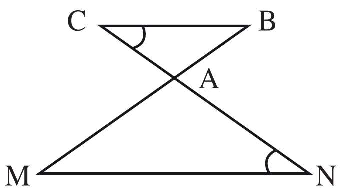
De façon générale , on doit avouer que la difficulté, chez l'apprenant, réside dans l'identification de la similitude et la manière de choisir les triangles «adéquats» dans une situation déterminée. Ainsi , il importe , dès le début , d'entraîner l'apprenant à acquérir une stratégie pour choisir les triangles «candidats» à être semblables, puis repérer les liens existant entre leurs éléments .

Gestion des activités

Activité	Traitement didactique
Activité 1 Triangles semblables Sur la figure ci-contre: (BC) // (MN). Montrer que les angles du triangle ABC ont même mesure que les angles du triangle AMN. On dit que les triangles ABC et AMN sont semblables. 	• Recherche en petits groupes. • Notons au préalable que cette configuration est familière chez les élèves. Ils ont déjà eu l'occasion , à maintes reprises, de la manier sous plusieurs aspects : Deux parallèles et une sécante ; droites parallèles et équidistantes ; théorème de Thalès ; agrandissement et réduction des figures. • Dans cette activité , on met l'accent sur les termes conventionnels du type «similitude» et «homologie» (ou «homologues») • Chaque groupe détermine les angles du triangle AMN qui sont isométrique aux angles du triangle ABC. • Chaque groupe présente ses résultats pour la discussion et la correction . • Pendant la discussion, le professeur se concentre sur : Investir la notion d'agrandissement pour ancrer la notion d'homologie :

Quand on agrandit ABC, alors (M correspond à B) et (N correspond à C). (À est effet, on peut utiliser le papier calque pour mettre en évidence la notion d'homologie ou de correspondance : calquer ABC et observer la superposalilité des angle $\widehat{B}$ et $\widehat{M}$ puis $\widehat{C}$ et $\widehat{N}$)

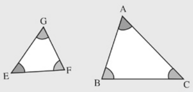
- Pour enrichir la discussion , le professeur propose le cas des triangles en noeud «papillon» ou croisés qui a été élucidé lors du traitement du théorème de Thalès.
- Signaler que la correspondance des côtés dépend de l'isométrie des angles :



le côté [AB] du triangle ABC est homologue au côté [AM] du triangle AMN car l'angle C (opposé à [AB] dans ABC)
est isométrique et homologue à l'angle $\widehat{N}$ (opposé à [AM] dans AMN)

Activité 2 Proportionnalioté des côtés dans le cas de la similitude des triangles

ABC et EFG sont deux triangles semblables (voir figure)
tels que : EF < AB.
Démontrer que : $\frac{EF}{AB} = \frac{EG}{AC} = \frac{FG}{BC}$.



- Recherche en binômes
- Pour assurer l'avancement du travail , le professeur peut d'abord inviter les élèves à prouver l'égalité des proportions en indiquant de considérer un point M de [AB] et un point N de [AC] tels que : AM = EF et AN = EG. La figure obtenue donne à penser que (MN) // (BC)
- Chaque binôme démontre l'isométrie des triangle AMN et EFG en faisant appel à l'un des cas d'isométrie des triangles (un angle et deux côtés "encadrant" l'angle)
- Les travaux sont discutés en soulignant que :
- $\widehat{A} = \widehat{E}$ (Les triangles ABC et EFG sont semblables)
- AM = EF et AN = EG
- Chaque groupe établit que (MN) est parallèle à (BC).
- On expose les travaux, les discute collectivement en mettant l'accent sur :

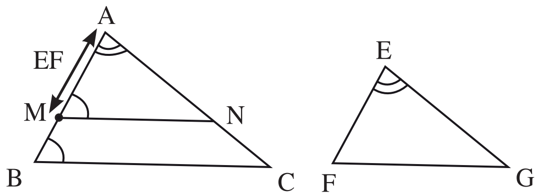
  ∗ AMN et EFG sont isométriques : donc $\widehat{AMN} = \widehat{EFG}$

  ∗ ABC et EFG sont semblables ; donc $\widehat{ABC} = \widehat{EFG}$

  ∗ Déduire que $\widehat{ABC} = \widehat{AMN}$

	✻ Conclure que (MN) //(BC) (angle correspondants isométriques) En utilisant le théorème de Thalès, dans le triangle ABC, les élèves parviennent à : $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AB} = \frac{MN}{BC}$. Sachant que EFG et AMN sont isométriques, les élèves aboutissent à la proportionnalité des longueurs des côtés homologues des deux triangles semblables ABC et EFG.
	• Recherche en binôme. • Outils didactique : Règle , compas et équerre. • Chaque groupe construit un triangle EFG vérifiant les conditions imposés en utilisant la règle (ou l'équerre) et le compas. • Chaque groupe présente son travail pour la comparaison et la discussion. • Lors de la discussion, le professeur centre son intervention sur les points suivants : ✻ Multiplicité des figures obtenues par les élèves. ✻ Magré la différence de demensions, toutes ces figures sont semblables entre elles (pourvu que les constructions soient correctes). ✻ Diversité dans le choix des outils de construction. • Le professeur peut proposer à ses élèves une situation de construction du triangle EFG en adjoignant une contrainte supplémentaire, par exemple F ∈ [AC]. • Inciter les élèves à formuler la conclusion en encourageant les bonnes propositions. La formulation peut comporter la méthode (l'astuce) : «Pour démontrer que deux triangles sont semblables, il suffit de montrer qu'ils ont deux paires d'angles deux à deux isométriques».
	• Recherche en binômes. • Outils didactiques : Règle, compas et équerre. • Chaque groupe construit la figure répondant aux données mentionnées dans l'énoncé de l'activité. • Le professeur s'assure que tous les dessins sont corrects.

- Les travaux sont présentés pour la comparaison et la discussion.
- On insiste sur les étapes méthodologiques de la démonstration :



a. (MN) // (BC) , (AM) coupe (BC) en B et (AM) coupe (MN) en M ; donc les angles correspondants sont isométriques ; $\widehat{AMN} = \widehat{ABC}$ ***(1)***

b. Dans le triangle ABC , on a :

$M \in [AB]$ et $N \in [AC]$ et (MN) // (BC).

Donc, d'après le théorème de Thalès , on a : $\dfrac{AM}{AB} = \dfrac{AN}{AC}$ ***(2)***

c. (AM = EF et $\dfrac{EF}{AB} = \dfrac{EG}{AC}$) infère : $\dfrac{AM}{AB} = \dfrac{EG}{AC}$ ***(3)***

d. De ***(1)***, ***(2)*** et ***(3)***, les élèves déduisent que :

$\widehat{AMN} = \widehat{ABC}$ et AN = EG et AM = EF (donné)

et par suite les triangles AMN et EFG sont isométriques.

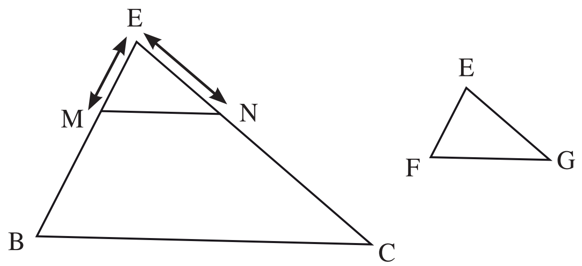
- En utilisant ce résultat , les élèves parviennent à $\widehat{B} = \widehat{F}$.
- Pour aboutir à la similitude des triangles ABC et EFG .

Le professeur invite ses élèves à formuler la conclusion de façon correcte en acceptant tous les essais favorables : « Deux triangles ayant un angle isométrique compris entre des côtés homologues de longueurs proportionnelles, sont semblables.»

- Recherche en groupes
- Outils didactique : Règle, compas et rapporteur.
- Notons d'abord que le professeur peut catégoriser la classe en groupes qui s'occupent des situations correspondantes aux proportions k = 2 , $k = \dfrac{1}{2}$, k = 3 et $k = \dfrac{1}{3}$, et remettra à chaque groupe une feuille sur laquelle est dessiné un triangle
- Chaque groupe construit un triangle EFG (qui est un agrandissement ou une réduction du triangle ABC selon la valeur du rapport adoptée
- Le professeur incite les élèves à s'inspirer de l'idée de l'activité 4.

- Chaque groupe démontre la similitude des triangles ABC et EFG.
- Chaque groupe expose son travail pour la comparaison, la correction et la discussion.
- Le professeur insiste, au cours de la discussion, sur les étapes méthodologique suivantes .

a. Construire EFG par exemple, dans le cas $k = \frac{1}{3}$, les longueurs des côtés, du triangle EFG, homologues aux longueurs des côtés, du triangle ABC , sont : $EF = \frac{1}{3} AB$, $EG = \frac{1}{3} AC$ et $FG = \frac{1}{3} BC$.



b. Considérer le point M de [AB] tel que AM =EF et le point N de [AC] tel que AN = EG.

c. Démontrer que AMN et EFG sont isométriques

d. En déduire la similitude des triangle ABC et EFG.

- Pour établir l'isométrie des triangles AMN et EFG, on suit les étapes ci-dessous :

a. On a : $\frac{EF}{AB} = \frac{EG}{AC} = \frac{FG}{BC} = k$ ***(1)***

b. AM = EF ey AN = EG ; donc : $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = k$

c. En utilisant le théorème de Thalès, on déduit que : (MN)// (BC)

d. On en déduit que : $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{FG}{BC} = k$ ***(2)***

e. De ***(1)*** et ***(2)*** , on tire : MN =FG

Le professeur invite ses élèves à formuler la propriété :

Deux triangles dont les longueurs des côtés homologues sont proportionnelles, sont semblables

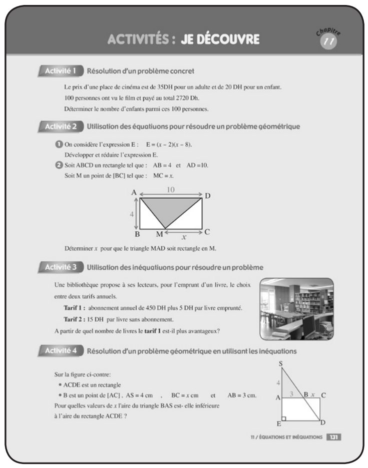
ÉQUATIONS ET INÉQUATIONS

Capacités attendues :

1. Résoudre une équation du premier degré à une inconnue.
2. Résoudre des équations simples qui se ramènent à des équations du premier degré à une inconnue.
3. Résoudre des problèmes qui se ramènent à une équation du premier degré à une inconnue.
4. Résoudre une inéquation du premier degré à une inconnue.
5. Employer l'équation et l'inéquation pour résoudre des problèmes.

Objectifs	prérequis	Extensions
❶ Résoudre une équation en employant les techniques du calcul numérique. ❷ Résoudre une inéquation en utilisant les techniques du calcul numérique et les règles de l'ordre. ❸ Acquérir la méthodologie de mathématisation des situations et de la résolution de problèmes en utilisant les équations et les inéquations. ❹ Représenter les solutions et interpréter les résultats et utiliser la calculatrice pour vérifier les résultats.	❶ Résolution des équations du premier degré ou qui s'y ramènent. ❷ Représentation des inéquations du type $ax + b \geq c$ ou $ax + b < c$ ou a, b et c sont des nombres rationnels et $a > 0$. ❸ Mathématisation de problèmes nécessitant la résolution d'une équation ou d'une inéquation.	❶ Tous les chapitres du programme scolaire de cette année. ❷ Résolution des équations et des inéquations du second degré ❸ Résolution de problèmes issus d'autres disciplines scolaires et d'autres domaines : physique ; chimie ; économie ; architecture.

Indications didactiques


ACTIVITÉS : JE DÉCOUVRE — Chapitre 11

Activité 1 Résolution d'un problème concret

Le prix d'une place de cinéma est de 35DH pour un adulte et de 20 DH pour un enfant.
100 personnes ont vu le film et payé au total 2720 Dh.
Déterminer le nombre d'enfants parmi ces 100 personnes.

Activité 2 Utilisation des équatiuons pour résoudre un problème géométrique

❶ On considère l'expression E : $E = (x - 2)(x - 8)$.
Développer et réduire l'expression E.
❷ Soit ABCD un rectangle tel que : $AB = 4$ et $AD = 10$.
Soit M un point de [BC] tel que : $MC = x$.

Déterminer x pour que le triangle MAD soit rectangle en M.

Activité 3 Utilisation des inéquatiuons pour résoudre un problème

Une bibliothèque propose à ses lecteurs, pour l'emprunt d'un livre, le choix entre deux tarifs annuels.
Tarif 1 : abonnement annuel de 450 DH plus 5 DH par livre emprunté.
Tarif 2 : 15 DH par livre sans abonnement.
A partir de quel nombre de livres le **tarif 1** est-il plus avantageux?

Activité 4 Résolution d'un problème géométrique en utilisant les inéquations

Sur la figure ci-contre:
- ACDE est un rectangle
- B est un point de [AC] . $AS = 4$ cm , $BC = x$ cm et $AB = 3$ cm.

Pour quelles valeurs de x l'aire du triangle BAS est- elle inférieure à l'aire du rectangle ACDE ?

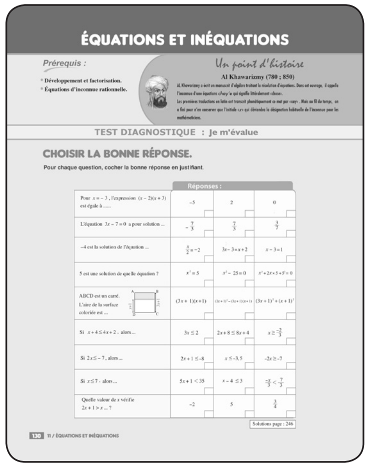
11 / ÉQUATIONS ET INÉQUATIONS 131

Cette leçon s'intéresse au mainten et à l'entretien des techniques de résolution des équations et des inéquations du premier degré à une inconnue, et des équations et des inéquations qui s'y ramènant.
C'est sur la base de ce que l'apprenant a intégré pendant les activités qu'il a exercé lors de la résolution des équations, que l'action pédagogique va se concentrer en veillant à faire évoluer ses acquis et à investir le tout dans le développement de la compétence de résolution de problèmes.
Ce chapitre revêt une importance capitale qui réside dans l'efficacité en matière de preuve caractérisant les équations et les inéquations comme outils pertinents pour résoudre de nombreux problèmes mathématiques, surtout que le bilan de connaissances et d'habiletés dont dispose l'apprenant, à ce propos, est appéciable.
Par conséquent, le travail va se pencher principalement sur le renforcement des acquisitions des apprenants et leur amélioration et leur développement vers la maîtrise.
Parmi les caeactéristiques de ce chapitre, on cite :

- Le renforcement du calcul littéral où on s'occupe d'expressions littérales dans des situations divers, et où on "formulé" des égalités comportant des lettres ; ce qui offre à l'apprenant l'occasion de donner un sens à l'emploi des lettres et de déterminer leurs significations (comme variables , comme éléments généraux qui désignent des grandeurs ou des mesures ...)

ÉQUATIONS ET INÉQUATIONS

● L'intégration des apprentissages relatifs aux techniques et règles de calcul.
Ce qui garantit cette intégration, c'est l'adoption d'éléments de raisonnement tels que le développement, la factorisation, la simplification et la réduction; c'est aussi la mobilisation de tous les outils utiles dans le traitement de situations autour des équations et des inéquations ou lors de la résolution de problèmes ou la mathématisation de problèmes. Dans ce cadre, l'apprenant est convaincu de la nécessité, mais aussi la pertinence, des règles algébriques concernant les équations $x^2 - a^2 = 0$, $(ax + b)(cx + b) = 0$, $(ax + b)^2 = c$ et des inéquations qui leur sont associées. A cet égard, le tableau se signes n'est pas une pratique souhaitée lorsqu'on affronte des inéquations qui de ramènent à des inéquations du premier degré.
● Le développement des capacités méthodologiques à élaborer un plan de résolution d'un problème en commençant par sa mathématisation pour arriver à son interprétation.


ÉQUATIONS ET INÉQUATIONS

Prérequis :
* Développement et factorisation.
* Équations d'inconnue rationnelle.

Un point d'histoire
Al Khawarizmy (780 ; 850)
Al Khawarizmy a écrit un manuscrit d'algèbre traitant la résolution d'équations. Dans cet ouvrage, il appelle l'inconnue d'une équations chay'e qui signifie littéralement «chose».
Les premières traductions en latin ont transcrit phonétiquement ce mot par «xay» . Mais au fil du temps, on a fini pour n'en conserver que l'initiale «x» qui déviendra la désignation habituelle de l'inconnue pour les mathématiciens.

TEST DIAGNOSTIQUE : Je m'évalue

CHOISIR LA BONNE RÉPONSE.
Pour chaque question, cocher la bonne réponse en justifiant.

	Réponses :		
Pour $x = -3$, l'expression $(x-2)(x+3)$ est égale à	-5	2	0
L'équation $3x - 7 = 0$ a pour solution ...	$-\frac{7}{3}$	$\frac{7}{3}$	$\frac{3}{7}$
-4 est la solution de l'équation ...	$\frac{x}{2} = -2$	$3x - 3 = x + 2$	$x - 3 = 1$
5 est une solution de quelle équation ?	$x^2 = 5$	$x^2 - 25 = 0$	$x^2 + 2x \times 5 + 5^2 = 0$
ABCD est un carré. L'aire de la surface coloriée est ...	$(3x+1)(x+1)$	$(3x+1)^2 - (3x+1)(x+1)$	$(3x+1)^2 + (x+1)^2$
Si $x + 4 \leq 4x + 2$, alors ...	$3x \leq 2$	$2x + 8 \leq 8x + 4$	$x \geq \frac{-2}{3}$
Si $2x \leq -7$, alors...	$2x + 1 \leq -8$	$x \leq -3,5$	$-2x \geq -7$
Si $x \leq 7$, alors...	$5x + 1 < 35$	$x - 4 \leq 3$	$\frac{-x}{3} < \frac{7}{3}$
Quelle valeur de x vérifie $2x + 1 > x$ ... ?	-2	5	$\frac{3}{4}$

Solutions page : 246

130 11 / ÉQUATIONS ET INÉQUATIONS

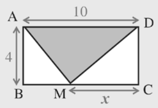
Par ailleurs et compte tenu du rôle constructif et de l'efficacité fonctionnelle des concepts d'équations et d'inéquations, leur présentation part de situations-problèmes autour de la géométrie ou du milieu environnant qui traitent des contenus concrets et identifient ses relations propres.
La conclusion est que ce chapitre ouvre la voie à l'emploi fructueux des techniques algébriques et favorise le développement des aspects méthodologiques et stratégiques dans la mathématisation des problèmes, outre l'aspect communicationnel consistant à la formulation des solutions obtenues et à la lecture interprétative des résultats trouvés.

Gestion des activités

Activité	Traitement didactique
Activité 1 Résolution d'un problème concret Le prix d'une place de cinéma est de 35DH pour un adulte et de 20 DH pour un enfant. 100 personnes ont vu le film et payé au total 2720 Dh. Déterminer le nombre d'enfants parmi ces 100 personnes.	● Recherche en binômes. ● Chaque groupe lit l'énoncé du problème et identifie ses données. Pour inciter les élèves à formuler l'équation en utilisant une seule inconnue, le professeur peut poser des questions stimulantes pour pousser les élèves à trouver la relation entre le nombre d'adultes et le nombre d'enfants, et écrire cette relation après avoir choisi et appelé l'inconnue : x est le nombre d'enfants (ou le nombre d'adultes) ● Les élèves peuvent obtenir l'une des équations: $20x + 35(100 - x) = 2720$ ou $35x + 20(100 - x) = 2720$ ● Chaque groupe résout l'équation qu'il a obtenue. ● Les résultats sont exposés pour la comparaison et la discussion résultats sont exposés pour la comparaison et la discussion et le professeur insiste sur : * L'adéquation de la formulation du point de vue de la signification pour exprimer la situation. * Exactitude des opérations du calcul. * Signaler la vérification et le degré de compatibilité du résultat avec les données.

Activité 2 Utilisation des équatiuons pour résoudre un problème géométrique

1. On considère l'expression E : $E = (x - 2)(x - 8)$.
   Développer et réduire l'expression E.
2. Soit ABCD un rectangle tel que : $AB = 4$ et $AD = 10$.
   Soit M un point de [BC] tel que : $MC = x$.



Déterminer x pour que le triangle MAD soit rectangle en M.

- Recherche en binômes.
- Chaque binôme développe l'expression E et la simplifie.

On compare les résultats afin de s'assurer de leur validité en vue de les investir dans la deuxième question.

- Chaque groupe observe la figure et essaie de formuler les égalités qui permettent de chercher les valeurs de x
- On expose les résultats, les compare et les discute collectivement en mettant l'accent sur les points suivants:

  * Calculer AM^2 et DM^2 en utilisant le théorème de Pythagore dans chacun des triangles ABM et CDM.

  * Appliquer le théorème de Pythagore dans le triangle .
MAD pour déterminer la relation entre les deux égalités précédentes.

  * Les élèves parviennent à la relation $2(x^2 - 10x + 16) = 0$

  * Le professeur attire l'attention des élèves à relier cette égalité à la question précédente. Les élèves découvrent alors que pour déterminer x, il suffit de résoudre l'équation $2(x - 2)(x - 8) = 0$.

Cette situation sera donc une occasion pour rappeler qu'un produit est nul dans le cas où l'un de ses facteurs est nul.

  * Les élèves vérifient le degré de validité des valeurs obtenues et leur compatibilité avec la figure géométrique proposée.

- Pour enrichir la discussion le professeur intervient pour expliquer que l'existence de deux solutions découle du fait que la figure est symétrique par rapport à la médiatrice de [BC] qui est l'axe de symétrie du rectangle.

Activité 3 Utilisation des inéquatiuons pour résoudre un problème

Une bibliothèque propose à ses lecteurs, pour l'emprunt d'un livre, le choix entre deux tarifs annuels.

Tarif 1 : abonnement annuel de 450 DH plus 5 DH par livre emprunté.

Tarif 2 : 15 DH par livre sans abonnement.

A partir de quel nombre de livres le **tarif 1** est-il plus avantageux?

- Recherche en binômes.
- Chaque binôme lit les données du problème et essaie d'organiser les données : montant de l'abonnement - prix d'emprunt d'un livre.
- Chaque groupe calcule le nombre de livres pour lequel le tarif est le plus avantageux.
- On expose les résultats, les compare et les discute collectivement pour déterminer les valeurs qui répondent à la question.
- Inciter les élèves à choisir l'inconnue convenable qui est, bien entendu, le nombre de livres empruntés.
- Chaque groupe exprime le montant payé en fonction de x pour les deux tarifs.
- Chaque groupe formule l'inéquation qui traduit l'avantage de la première option comme suit : $5x + 450 < 15x$.

En utilisant les techniques de calcul et les propriétés de l'ordre, chaque groupe parvient à : $45 < x$

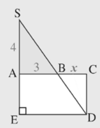
- Le professeur demande aux élèves de vérifier ce résultat et de s'assurer de son adéquation à la question posée.
- On exprime ce résultat par une phrase comme suit : le tarif 1 est le plus avantageux si le nombre de livres empruntés est supérieur strictement à 45 (c'est-à-dire au moins égal à 46).

Activité 4 **Résolution d'un problème géométrique en utilisant les inéquations**

Sur la figure ci-contre:

- ACDE est un rectangle
- B est un point de [AC] , AS = 4 cm , BC = x cm et AB = 3 cm.

Pour quelles valeurs de x l'aire du triangle BAS est- elle inférieure à l'aire du rectangle ACDE ?



- Recherche en binômes.
- Chaque groupe calcule l'aire du rectangle ACDE puis détermine les valeurs de x qui répondent à la question.
- Chaque groupe présente le résultat. Les résultats sont comparés, discutés et corrigés collectivement.
- L'inconnue est désignée par le texte de l'énoncé. Le professeur insiste sur les étapes à suivre en soulignant à chaque étape le raisonnement adopté et sa pertinence. Les étapes peuvent être comme suit :

 * Déterminer la deuxième dimension du rectangle ACDE en fonction de x (en effet l'une des dimensions est AB = x +3).

Ici, on doit stimuler les élèves pour penser au théorème de Thalès.

Les élèves parviennent à deux choix :

→ Dans le triangle SED :

on a : $C \in [AB]$ et $D \in [SB]$ et $(CD) // (AS)$;

donc : $\dfrac{BC}{BA} = \dfrac{BD}{BS} = \dfrac{CD}{AS}$; on retient : $\dfrac{CD}{AS} = \dfrac{BC}{BA}$

et par suite : $\dfrac{CD}{4} = \dfrac{x}{3}$; Ainsi $CD = \dfrac{4}{3}x$

→ Dans le triangle ABS :

on a : $C \in [SE]$ et $D \in [SD]$ et $(AB) // (ED)$;

donc : $\dfrac{SE}{SA} = \dfrac{SD}{SB} = \dfrac{ED}{AB}$; on retient : $\dfrac{CD}{AS} = \dfrac{BC}{BA}$

et par suite : $\dfrac{4+CD}{4} = \dfrac{x+3}{4}$ (car SE = SA + AE = 4 + CD)

ou encore : $\dfrac{CD}{4} = \dfrac{x}{3}$. D'où $CD = \dfrac{4}{3}x$

 * Chaque groupe démontre alors que l'aire du rectangle est $\dfrac{4}{3}x(x+3)$.
 Ce qui permet aux élèves d'écrire la condition proposée sous la forme $6 < \dfrac{4}{3}x(x+3)$

 * En utilisant les règles sur l'ordre et les opérations, les élèves ramènent l'inéquation trouvée à : $4x^2 + 12x > 18$

 * Le professeur fait remarquer aux élèves que $4x^2 + 12x$ peut s'écrire $(2x)^2 + 2 \times 2x \times 3$ et que c'est le début d'un carré. Ce qui les pousse à ajouter 9 pour compléter le carré : $(2x+3)^2 > 27$

C'est une étape cruciale qui constitue un petit défi que les élèves sont capables de surmonter.

 * Les élèves en déduisent que $2x + 3 > 3\sqrt{3}$ ($\sqrt{27} = 3\sqrt{3}$)

 * Finalement : $x > \dfrac{3\sqrt{3}-3}{2}$

- Le résultat final doit être formulé par les élèves de façon correcte telle que : « les valeurs de x pour les quelles l'aire du triangle BAS est inférieure à l'aire du rectangle ACDE sont les réels supérieurs à $\dfrac{3\sqrt{3}-3}{2}$
- On doit signaler que les valeurs approchées ici n'ont aucune raison d'être mentionnées.

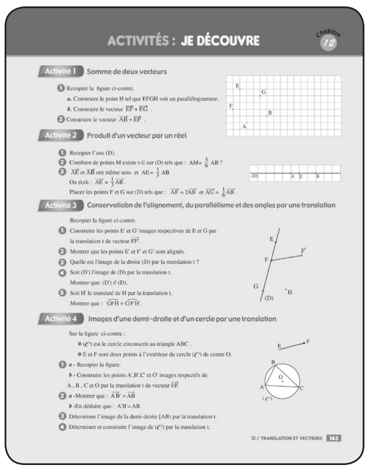
TRANSLATION ET VECTEURS

Capacités attendues :

1. Reconnaître l'image d'un point par une translation donnée.
2. Reconnaître la translation T qui transforme le point A en le point B
3. Construire l'image d'un point par une translation donnée.
4. Reconnaître l'image d'un segment, d'une droite, d'une demi-droite, d'un angle, d'un cercle par une translation
5. Utiliser la translation dans la résolution de problèmes géométriques.

Objectifs	prérequis	Extensions
1 Reconnaître le concept de vecteur et les opérations sur les vecteurs. 2 Construire $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}$ et $k\overrightarrow{AB}$ (k rationnel) et k $\overrightarrow{AB}$ (k irrationnel dans des cas simples). 3 Reconnaître la translation et la relier aux vecteurs et au parallélogramme. 4 Reconnaître et utiliser la construction des images d'éléments géométriques par une translation, et connaître la conservation de la distance et de la mesure des angles. 5 Utiliser la translation dans la résolution des problèmes géométriques. 6 Relier l'alignement des point A, B et C à la relation vectorielle $\overrightarrow{AC}=k\overrightarrow{AB}$. 7 Simplifier des expressions vectorielles en utilisant la relation de Chasles.	1 Définition d'un veteur - Égalité de deux vecteurs et sa relation avec le parallélogramme. 2 Relation de Chasles pour les vecteurs. 3 $n\overrightarrow{AB}$ où n est un entier relatif de l'image d'un point. 4 Théorème de Thalès.	1 Calcul vectoriel (Tronc commun) 2 Translation, homothétie, symétrie centrale (définition de ces transformations et propriétés caractéristiques) 3 Géométrie analytique 4 Produit scalaire.

Indications didactiques


ACTIVITÉS : JE DÉCOUVRE

Chapitre 12

Activité 1 Somme de deux vecteurs

1 Recopier la figure ci-contre.

a. Construire le point H tel que EFGH soit un parallélogramme.

b. Construire le vecteur $\overrightarrow{EF}+\overrightarrow{EG}$.

2 Construire le vecteur $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{EF}$.

Activité 2 Produit d'un vecteur par un réel

1 Recopier l'axe (D).

2 Combien de points M existe t-il sur (D) tels que : $AM=\frac{5}{6}AB$?

3 $\overrightarrow{AE}$ et $\overrightarrow{AB}$ ont même sens et $AE=\frac{1}{3}AB$

On écrit : $\overrightarrow{AE}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$.

Placer les points F et G sur (D) tels que : $\overrightarrow{AF}=2\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AG}=\frac{1}{6}\overrightarrow{AB}$.

Activité 3 Conservatiobn de l'alignement, du parallélisme et des angles par une translation

Recopier la figure ci-contre.

1 Construire les points E' et G' images respectives de E et G par la translation t de vecteur $\overrightarrow{FF'}$.

2 Montrer que les points E' et F' et G' sont alignés.

3 Quelle est l'image de la droite (D) par la translation t ?

4 Soit (D') l'image de (D) par la translation t.

Montrer que: (D') // (D).

5 Soit H' le translaté de H par la translation t.

Montrer que : $\widehat{GFH}=\widehat{G'F'H'}$.

Activité 4 Images d'une demi-droite et d'un cercle par une translation

Sur la figure ci-contre :

- ($\mathscr{C}$) est le cercle circonscrit au triangle ABC .
- E et F sont deux points à l'extérieur du cercle ($\mathscr{C}$) de centre O.

1 *a* - Recopier la figure.

b - Construire les points A',B',C' et O' images respectifs de A , B , C et O par la translation t de vecteur $\overrightarrow{EF}$.

2 *a* -Montrer que : $\overrightarrow{A'B'}=\overrightarrow{AB}$

b -En déduire que : A'B'= AB

3 Déterminer l'image de la demi-droite [AB) par la translation t.

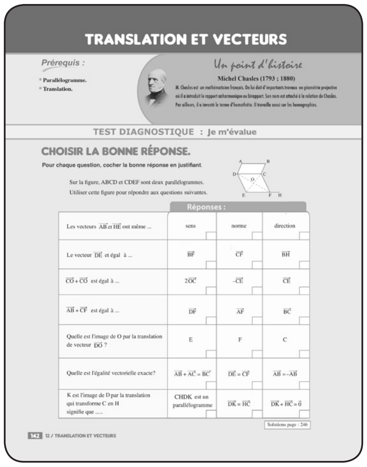
4 Déterminer et construire l'image de ($\mathscr{C}$) par la translation t.

12 / TRANSLATION ET VECTEURS 143

- La notion de vecteur constitue l'une des pierres angulaires fondatrices de la géométrie vectorielle, elle représente en même temps un point de départ, d'appui inclusif à toutes les propriétés principales fondamentales de la géométrie syncrétique ou descriptive. C'est aussi un outil qui offre le passage de la situation descriptive à la traduction comportant la direction, le sens et la longueur pour parvenir ensuite à l'interprétation moyennant des relations algébriques et vectorielles.
- L'approche adoptée, dans le programme, se fonde sur la définition d'un vecteur en le présentant à travers ses éléments constituants, à savoir : direction, sens et longueur (ou norme), tout en liant l'égalité de deux vecteurs au parallélogramme.
- On s'engage donc à soutenir les acquis des apprenants concernant ce qui suit :

  * Utiliser l'écriture $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD}$ pour exprimer que ABCD est un parallélogramme.

  * Mettre en évidence l'égalité $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD}$ en se basant sur le fait que les deux segments



TRANSLATION ET VECTEURS

Prérequis :
* Parallélogramme.
* Translation.

Un point d'histoire

Michel Chasles (1793 ; 1880)

M. Chasles est un mathématicien français. On lui doit d'importants travaux en géométrie projective où il a introduit le rapport anharmonique ou birapport. Son nom est attaché à la relation de Chasles. Par ailleurs, il a inventé le terme d'homothétie. Il travailla aussi sur les homographies.

TEST DIAGNOSTIQUE : Je m'évalue

CHOISIR LA BONNE RÉPONSE.

Pour chaque question, cocher la bonne réponse en justifiant.

Sur la figure, ABCD et CDEF sont deux parallélogrammes.
Utiliser cette figure pour répondre aux questions suivantes.

Réponses :

Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{HE}$ ont même ...	sens	norme	direction
Le vecteur $\overrightarrow{DE}$ et égal à ...	$\overrightarrow{BF}$	$\overrightarrow{CF}$	$\overrightarrow{BH}$
$\overrightarrow{CO}+\overrightarrow{CO}$ est égal à ...	$2\overrightarrow{OC}$	$-\overrightarrow{CE}$	$\overrightarrow{CE}$
$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CF}$ est égal à ...	$\overrightarrow{DF}$	$\overrightarrow{AF}$	$\overrightarrow{BC}$
Quelle est l'image de O par la translation de vecteur $\overrightarrow{DO}$?	E	F	C
Quelle est l'égalité vectorielle exacte?	$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{BC}$	$\overrightarrow{DE}=\overrightarrow{CF}$	$\overrightarrow{AB}=-\overrightarrow{AB}$
K est l'image de D par la translation qui transforme C en H signifie que	CHDK est un parallélogramme	$\overrightarrow{DK}=\overrightarrow{HC}$	$\overrightarrow{DK}+\overrightarrow{HC}=\vec{0}$

Solutions page : 246

142 12 / TRANSLATION ET VECTEURS

[AD] et [BC] ont le même milieu.

* La translation en tant que lien sémantique entre les écritures vectorielles et l'impact que laisse le glissement convenable, est considérée parmi les concepts fondamentaux car elle est liée de façon naturelle au concept de vecteur d'une part, et d'autre part elle figure comme transformation importante du plan

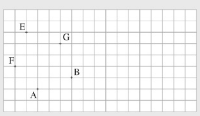
● Utiliser la relation de Chasles pour transformer une somme de plusieurs vecteurs ou pour écrire un vecteur sous forme de somme. Il importe de noter que cette compétence a été acquise au niveau scolaire précédent ; par conséquent on doit veiller à la faire évoluer et la développer.

● Si l'apprenant a déjà utilisé l'écriture n $\overrightarrow{AB}$ où n est un est nombre entier relatif, la présentation du produit d'un vecteur par un nombre réel repose sun des constructions géométriques en utilisant la règle et le compas avec l'emploi convenable des propriétés géométriques instaurées dans les leçons précédentes. Par exemple, la construction du vecteur $\frac{3}{4}\overrightarrow{AB}$ fait appel à l'utilisation du théorème de Thalès ou au partage d'un segment en segments isométriques, alors que pour construire le vecteur $\sqrt{2}\ \overrightarrow{AB}$, par exemple, on recourt au théorème de Pythagore. Malgré cela, il est à souligner que les situations posées doivent se caractériser par la simplicité et ne viser que la construction conceptuelle loin de tout excès ou exagération surtout que les compétences spécifiques relatives au produit d'un vecteur par un réel seront réalisées au tronc commun qualifiant.

● Il serait utile et opportun que les apprenants s'entrainent de façon raisonnée, à travers des situations sélectionnées soigneusement, sur le calcul vectoriel simple afin de garantir une transition sans heurt aux situations qu'ils vont affronter ultérieurement.

● Ce chapitre s'intéresse aussi essentiellement à la translation en mettant l'accent sur les images des figures usuelles : point ; segment ; droite ; demi-droite, cercle, angle ; triangle ;…., et ce pour mettre en évidence la propriété capitale de la translation comme isométrie particulière qui conserne le parallélisme, les angles, l'orthogonalité, les distances, les aires et les dimensions des figures.

Gestion des activités

Activité	Traitement didactique
Activité 1 Somme de deux vecteurs ❶ Recopier la figure ci-contre. ***a.*** Construire le point H tel que EFGH soit un parallélogramme. ***b.*** Construire le vecteur $\overrightarrow{EF}+\overrightarrow{EG}$. ❷ Construire le vecteur $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{EF}$.  **Activité 2** Produit d'un vecteur par un réel	● Recherche individuelle. ● Outils didactiques : Règle, compas et papier quadrillé. ***1)*** ● Les élèves reproduisent le dessin et le professeur leur demande de respecter le positionnement des points pour que toutes les constructions soient semblables. * Chaque élève construit le point H. * Les travaux des élèves sont présentés pour la comparaison. Le professeur met l'accent sur la méthode de construction en insistant sur : * Se baser sur le quadrillage pour faciliter la construction. * La figure EFGH est un parallélogramme. ● Chaque élève construit $\overrightarrow{EF}+\overrightarrow{EG}$. On expose les travaux pour les comparer et les corriger en centrant sur : Les deux vecteurs ont la même origine E.

La somme $\overrightarrow{EF} + \overrightarrow{EG}$ est le vecteur $\overrightarrow{EK}$ el que EFKG est un parallélogramme.

2) • Le professeur attire l'attention des élèves sur le fait que $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{EF}$ n'ont pas la même origine. Ils les incite à considérer un vecteur $\overrightarrow{AC}$ égal à $\overrightarrow{EF}$ ou un vecteur $\overrightarrow{ED}$ égal à $\overrightarrow{AB}$, puis d'employer la méthode de construction adaptée à la question b. de la première question.

• On expose les travaux pour la comparaison et la correction.

Le professeur met en évidence la méthode de construction qui emploie deux vecteurs de même origine.

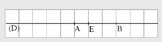
• Pour enrichir la discussion, le professeur souligne que pour deux vecteurs quelconques $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{EF}$,on peut construire un point C tel que $\overrightarrow{EF} + \overrightarrow{AC}$, et par conséquent la somme $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{EF}$ devient égal à $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.

Activité 2 **Produit d'un vecteur par un réel**

1. Recopier l'axe (D).
2. Combien de points M existe t-il sur (D) tels que : AM= $\frac{5}{6}$ AB ?
3. $\overrightarrow{AE}$ et $\overrightarrow{AB}$ ont même sens et AE= $\frac{1}{3}$ AB

   On écrit : $\overrightarrow{AE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$.

   Placer les points F et G sur (D) tels que : $\overrightarrow{AF} = 2\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{6}\overrightarrow{AB}$.



• Recherche individuelle

• Outils didactiques : Règle et compas.

• Le professeur demande aux élèves de reproduire le dessin sur les cahiers pour l'exploiter par la suite.

• En observant la figure, l'élève reconnait les deux points M_1 et M_2 tels que $AM_1 = \frac{5}{6}AB$ et $AM_2 = \frac{5}{6}AB$. La réponse à la question sera :

Il existe deux points M_1 et M_2 vérifiant $AM = \frac{5}{6}AB$.

Le professeur fait alors le commentaire suivant : Il existe deux points distincts de part et d'autre du point A ; et attire l'attention des élèves et les sensibilise afin de les préparer à la question qui va suivre.

• Après avoir défini le produit d'un vecteur par un réel positif ou négatif, prennent connaissance de la méthode de construction du point M , sur un axe ; qui vérifie $\overrightarrow{AM} = k\,\overrightarrow{AB}$.

Ici, il convient de souligner ce que suit :

* $\overrightarrow{AM}$ et $\overrightarrow{AB}$ ont la même origine.

* $\overrightarrow{AM}$ et $\overrightarrow{AB}$ sont de même sens dans le cas où $k > 0$ et sont de sens contraires dans le cas où $k < 0$

* Utiliser les graduations lors de la construction.

* Les points A , B et M sont alignés.

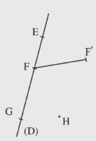
Activité 3 **Conservatiobn de l'alignement, du parallélisme et des angles par une translation**

Recopier la figure ci-contre.

1. Construire les points E' et G' images respectives de E et G par la translation t de vecteur $\overrightarrow{FF'}$.
2. Montrer que les points E' et F' et G′ sont alignés.
3. Quelle est l'image de la droite (D) par la translation t ?
4. Soit (D') l'image de (D) par la translation t.

   Montrer que: (D') // (D).
5. Soit H' le translaté de H par la translation t.

   Montrer que : $\widehat{GFH} = \widehat{G'F'H'}$.



• Recherche en binômes

• Outils didactique : Règle , compas et feuilles blanches.

1) • chaque binôme reproduit le dessin tel qu'il est dans le manuel.

• Chaque groupe construit les points E' et G' en utilisant le concept de parallélogramme ; ce qui est considéré comme un acquis des élèves.

• Les travaux sont présentés pour la comparaison et la correction en insistant sur la méthode de construction et en vérifiant son exactitude pour pouvoir l'investir dans les questions qui vont suivre.

2) • Le professeur pose aux élèves la question relative à la relation reliant la translation et le parallélogramme, et ce afin de les inciter à se baser sur cette corrélation pour démontrer ce que l'on veut.

• Les élèves démontrent l'alignement des points en employant les parallélogrammes EFF’E’ et FGG’F’

3) ● Les élèves s’inspirent de la question précédente autour de l’alignement pour énoncer la propriété suivante :

" l’image d’une droite par une translation est une droite ",

● Pour enrichir la discussion, le professeur propose à ses élèves de choisir un point quelconque de la droite (D) et de déterminer son image ; les élèves s’assureront que cette image est sur le même alignement que les autres images.

4) ● Le professeur attire l’attention des élèves sur le fait que (D) = (EG) et (D’) = (E’G’) pour en déduire que (D) est parallèle à (D’).

● Le professeur commente ce résultat en déclarant que : l’image d’une droite par une translation est une droite qui lui est parallèle .

5) ● On doit insister sur les points suivant :

* Construction de la figure.

* Démonstration de (FG) // (F’G’) et (FH) // (F’H’)

* Considérer le point K intersection de (FH) et (F’G’)

* Utilisation des propriétés de "parallèles et sécante" pour déduire que :

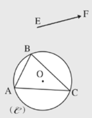
$$\widehat{GFH} = \widehat{FKF'} = \widehat{KF'H'}$$

Activité 4 **Images d’une demi-droite et d’un cercle par une translation**

Sur la figure ci-contre :

● ($\mathscr{C}$) est le cercle circonscrit au triangle ABC .

● E et F sont deux points à l’extérieur du cercle ($\mathscr{C}$) de centre O.



1. ***a*** - Recopier la figure.

   b - Construire les points A',B',C' et O' images respectifs de A , B , C et O par la translation t de vecteur $\overrightarrow{EF}$.

2. ***a*** -Montrer que : $\overrightarrow{A'B'} = \overrightarrow{AB}$

   b -En déduire que : A'B'= AB

3. Déterminer l’image de la demi-droite [AB) par la translation t.

4. Déterminer et construire l’image de ($\mathscr{C}$) par la translation t.

● Recherche en groupes

● Outils didactiques : Règle et compas.

● Notons d’abord que les concepts liés à la translation et particulièrement la conservation des mesures de longueurs et d’angles, figurent parmi les acquis des élèves tout au long des niveaux scolaires précédents (la translation conserve les formes géométriques)

1) ● Chaque groupe reproduit le dessin et identifie ses éléments.

Il est préférable que le professeur n’exige pas le respect du positionnement des constituants de la figure parce que les résultats attendus sont généraux.

● Chaque groupe construit les points demandés, et le professeur veille à vérifier l’exactitude des résultats pour que ceux-ci soient compatibles avec ce qui est souhaité .

2) ● L’objectif de la question est de prouver la conservation des distances (longueurs) en soulignant que l’image d’un segment est un segment.

3) ● La stratégie menée, dans cette question, est similaire à son homologue lors de la détermination de l’image d’une droite. La différence réside dans ce qui suit :

* Pour déterminer l’image d’une demi-droite, on doit certainement déterminer l ‘image de l’origine A puis l’image de C ou tout autre point de la demi-droite.

* En revanche, dans le cas d’une droite, il suffit de déterminer les images de deux points distincts arbitraires de la droite.

3) ● En investissant le résultat de la question 2, les élèves parviennent à l’égalité des distance O’A’ = O’B’ =O’C’ c’est –à-dire que A’ , B’ et C’ sont des points du cercle de centre O et de rayon R dont l'image est le cercle de centre O’ image de O et de même rayon R

Chapitre 13

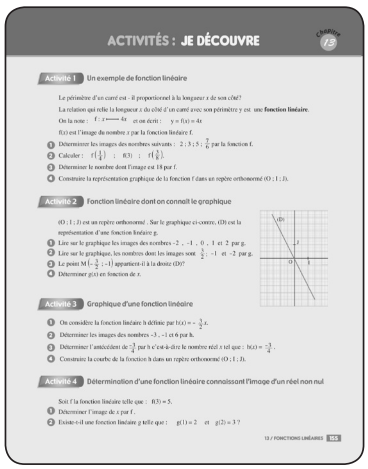
FONCTIONS LINÉAIRES

Capacités attendues :

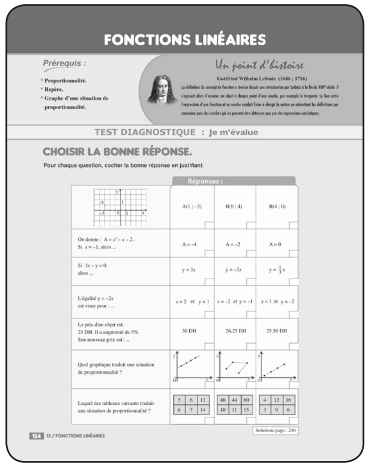
❶ Déterminer l'image d'un nombre par une fonction linéaire.
❷ Identifier une situation de proportionnalité et la traduire par la formule $f(x) = ax$.
❸ Construire la représentation graphique d'une fonction linéaire.
❹ Déterminer l'image d'un nombre par une fonction linéaire au moyen de sa représentation graphique
❺ Déterminer un nombre dont l'image est donné au moyen de la représentation graphique d'une fonction linéaire.
❻ Déterminer l'expression d'une fonction linéaire à partir d'un nombre non nul et son image.
❼ Déterminer l'expression d'une fonction à partir d'un point distinct de l'origine, du repère, de sa représentation graphique.
❽ Lire la représentation graphique d'une fonction linéaire.

Objectifs	prérequis	Extensions
❶ Connaître l'écriture $y = f(x)$ et l'utiliser pour calculer les images de quelques nombres ❷ Utiliser les conventions et les termes liés au concept de la fonction linéaire. ❸ Représenter graphiquement une fonction linéaire. ❹ Employer le concept de fonction linéaire pour résoudre des problèmes.	❶ Proportionnalité et caractéristiques ❶ Représentation graphique d'une situation de proportionnalité et son rapport avec les proportions et les pourcentages.	❶ Fonctions affines. ❷ Systèmes linéaires. ❸ Statistique (proportionnalité) ❹ Autres disciplines scolaires (phénomènes linéaires) ❺ Equation d'une droite.

Indications didactiques


ACTIVITÉS : JE DÉCOUVRE
Activité 1 Un exemple de fonction linéaire
Activité 2 Fonction linéaire dont on connaît le graphique
Activité 3 Graphique d'une fonction linéaire
Activité 4 Détermination d'une fonction linéaire connaissant l'image d'un réel non nul

● L'un des objectifs du domaine des activités graphiques est la mise en évidence graduelle, à travers des situations simples et variées, du concept de fonction en tant qu'opérateur permettant, par le biais d'un mécanisme déterminé, de transformer un nombre en un autre nombre. Le terrain est préparé au moyen d'exemples issus de situations tangibles, concrètes ou tirées de contenus d'autres domaines cognitifs. Tous les exemples proposés visent la détermination de relations entre grandeurs. Concernant les conventions linguistiques et en matière de preuve, l'utilisation de certains termes et expressions auxquels les apprenants se sont habitués (comme « écrire b en fonction de a ») constitue d'un des points de départ pour instaurer la convention d'écriture $f(x)$ comme image du nombre x.
Par ailleurs, la définition d'une fonction linéaire de coefficient a s'appuie sur l'étude de situations de proportionnalité qui ont été abordées les années précédentes.
A cet égard, on peut faire appel à des tableaux de proportionnalité en mettant le doigt sur l'importance du nombre a en tant que mécanisme ou processus de liaison fonctionnant selon le principe simple qui stipule que « pour obtenir l'image d'un



nombre quelconque, il suffit de la multiplier par le nombre a ». Ainsi on facilite l'assimilation des écritures de la forme $y = f(x)$.

À propos des taux d'accroissement (ou de variation), on doit les lier à des fonctions linéaires. En effet, toute variation (augmentation ou diminution) d'une grandeur à un taux donné p est liée à la fonction linéaire $x \longmapsto (1 + p)x$ ou $x \longmapsto (1 - p)x$

Quant à la construction de la représentation graphique d'une fonction linéaire, c'est une occasion offerte pour effectuer des interprétations géométriques du coefficient, pour pratiquer et s'exercer à la lecture de l'image d'un nombre et à la détermination d'un nombre dont l'image est donnée, voire pour préciser « l'expression algébrique » d'une fonction linéaire donnée connaissant un nombre non nul et son image par cette fonction linéaire (même si ceci est possible par le calcul numérique et algébrique).

Dans ce contexte, il faut noter que le théorème de Thalès facilite la justification de représenter la fonction linéaire de coefficient a par la droit passant par l'origine du repère et d'équation $y = ax$. Il convient de remarquer, à ce sujet, le lien étroit organique, qui est mis en relief, entre les trois concepts suivants : La fonction linéaire, le théorème de Thalès et la proportionnalité.

Le fait de réserver une leçon « spéciale » aux fonctions linéaires résulte du fait que ce chapitre vient compléter l'étude de la proportionnalité qui constitue elle-même l'un des concepts directeurs importants que ce soit en calcul numérique ou en géométrie.

Elle (proportionnalité) peut être considérée comme un concept capital fondamental que l'apprenant sera amené à l'acquérir et à l'investir dans d'autres domaines de façon constructive.

Gestion des activités

Activité

Activité 1 Un exemple de fonction linéaire

Le périmètre d'un carré est - il proportionnel à la longueur x de son côté?

La relation qui relie la longueur x du côté d'un carré avec son périmètre y est une **fonction linéaire**.

On la note : $f : x \longmapsto 4x$ et on écrit : $y = f(x) = 4x$

$f(x)$ est l'image du nombre x par la fonction linéaire f.

1. Déterminrer les images des nombres suivants : $2 ; 3 ; 5 ; \frac{7}{6}$ par la fonction f.
2. Calculer : $f\left(\frac{1}{4}\right)$; $f(3)$; $f\left(\frac{3}{8}\right)$.
3. Déterminer le nombre dont l'image est 18 par f.
4. Construire la représentation graphique de la fonction f dans un repère orthonormé (O ; I ; J).

Traitement didactique

- Recherche en binômes.

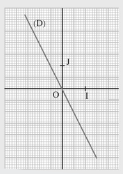
1) • Chaque binôme exprime la situation de proportionnalité en affirmant que les périmètres des carrés sont proportionnels à leurs côtés, et ce en se basant sur la relation $p = 4a$ c'est –à-dire $\frac{p}{a} = 4$. .

2) • Le professeur intervient pour s'accorder avec les élèves sur la notation suivante :

longueur du côté → périmètre du carré

$$1 \longmapsto 4$$
$$2 \longmapsto 8$$
$$3{,}5 \longmapsto 14$$

Si x est la longueur du côté du carré, on désigne par $f(x)$ le périmètre associé à x, on écrit $x \longmapsto f(x)$ et on pose $y = f(x) = 4x$

	f s'appelle fonction linéaire, et f(x) est l'image de x par la fonction f . • Dans ***a)*** et ***b)*** , chaque élève calcule les images les images des nombres proposés. On souligne que, dans ***a)*** et ***b)*** , on demande la même chose c'est-à-dire de calculer f(x) ou encore de déterminer l'image de x par la fonction . • Dans la question ***c)*** chaque élève cherche le nombre x tel que f(x) = 4 qui est une équation simple et l'élève parviendra aisément à la résoudre. Le plus important ici est de se concentrer sur la détermination d'un nombre connaissant son image, et ce en posant, par exemple, la question : Quel est le côté d'un carré de périmètre 18 ? • Dans la question ***d)*** l'élève construit la représentation graphique de la fonction f , chose que l'élève a maîtrisé déjà au niveau de la 5$^{\text{ème}}$ année de l'enseignement primaire. • On doit signaler ici que la représentation graphique de f et est une demi-droite d'origine O qui se trouve qui se trouve dans le premier quadrant (car $x \geq 0$)
Activité 2 **Fonction linéaire dont on connaît le graphique** (O ; I ; J) est un repère orthonormé . Sur le graphique ci-contre, (D) est la représentation d'une fonction linéaire g. 1 Lire sur le graphique les images des nombres -2 , -1 , 0 , 1 et 2 par g. 2 Lire sur le graphique, les nombres dont les images sont $\frac{3}{2}$; -1 et -2 par g. 3 Le point M $\left(-\frac{3}{2}\ ;-1\right)$ appartient-il à la droite (D)? 4 Déterminer g(x) en fonction de x.  	***1)*** • Le professeur incite les élèves à placer des nombres sur l'axe des abscisses puis de lire leurs images sur le graphique en utilisant la technique de la projection tout en soulignant que les images se trouvent sur l'axe des ordonnées. ***2)*** • Cette question de l'activité constitue l'opération réciproque (inverse) de la détermination des images. Il incombe ici à l'élève de placer les nombres sur l'axe des ordonnées puis de lire leurs « antécédents » sur le graphique en utilisant toujours la technique de la projection en notant, bien entendu, que les « antécédents » se trouvent sur l'axe des abscisses. • Concernant les questions ***1)*** et ***2)*** de cette activité, le professeur conclut avec ses élèves que : « Connaissant x ou y , on peut déterminer M(x ; ?) ou M(? ; y) sur la droite puis déduire y ou x . ***3)*** • Cette question ne fait que consolider la première situation et constitue en même temps une évaluation (au sens restreint du terme) du degré d'appropriation de l'habileté de lecture du graphique d'une fonction linéaire. ***4)*** • L'élève détermine l'expression de g(x) en la déduisant des différents points M(x ; y) qu'il a traités aux questions précédentes de telle sorte qu'il remarque que y = ax . Par ailleurs, les élèves savent qu'une droite passant par l'origine du repère constitue une matérialisation d'une situation de proportionnalité c'est-à-dire $\frac{y}{x} = a$ (les ordonnées sont proportionnelles aux abscisses correspondantes).
	• Les deux premières questions ont été traitées en se basant sur le graphique d'une fonction linéaire. Cette activité vient pour renforcer le point de vue algébrique chez les élèves pour passer ensuite au graphique.

Activité 3 **Graphique d'une fonction linéaire**

1. On considère la fonction linéaire h définie par $h(x) = -\frac{3}{2}x$.
2. Déterminer les images des nombres -3 , -1 et 6 par h.
3. Déterminer l'antécédent de $\frac{-3}{4}$ par h c'est-à-dire le nombre réel x tel que : $h(x) = \frac{-3}{4}$.
4. Construire la courbe de la fonction h dans un repère orthonormé (O ; I ; J).

- L'élève détermine les images des nombres proposés en donnant à les valeurs en question.
- Dans la deuxième question, chaque élève cherche le nombre x.
- Cette équation simple est facilement résolue par l'élève.
- Insister ici sur la notion d'antécédent dans la résolution de nombreuses situations de la vie quotidienne.
- L'élève construit la représentation graphique de la fonction linéaire h. Le professeur vérifie la validité de la construction.
- Les élèves savent que la représentation graphique de la fonction linéaire h passe par O . Le professeur les incite à considérer un autre point d'abscisse non nul, en exploitant les images des nombres précédemment proposés.
- Le tracé s'achève en reliant les points O et A considéré).
- Insister, à la fin de l'activité, sur la méthode de construction de la représentation graphique d'une fonction linéaire.

Activité 4 **Détermination d'une fonction linéaire connaissant l'image d'un réel non nul**

Soit f la fonction linéaire telle que : $f(3) = 5$.

1. Déterminer l'image de x par f .
2. Existe-t-il une fonction linéaire g telle que : $g(1) = 2$ et $g(2) = 3$?

1) • Chaque élève détermine l'expression de la fonction linéaire f .

• Par des questions stimulantes et en s'inspirant de la situation de proportionnalité à laquelle la fonction linéaire est associée, le professeur incite ses élèves à exprimer le fait que tous les rapports $\frac{f(x)}{x}$ sont égaux.

Ce qui favorise le passage à trouver le coefficient $a = \frac{f(3)}{3}$. Les élèves en déduisent d'expression de f .

2) • Le professeur doit signaler à ses élèves que cette question est totalement indépendante de la première.

*La seule information concernant g est $g(1) = 2$ et $g(2) = 3$

Pour répondre à la question, le professeur invite ses élèves à dresser un tableau de la fonction g

x	1	2
$g(x)$	2	3

et de vérifier est-ce que c'est un tableau de proportionnalité (chose qu'ils ont déjà affronté les années précédentes).

Ce qui les pousse à comparer les rapports $\frac{2}{1}$ et $\frac{3}{2}$ ou encore $\frac{g(1)}{1}$ et $\frac{g(2)}{2}$

• Comme $\frac{g(1)}{1} \neq \frac{g(2)}{2}$, les élèves concluent que g n'est pas une fonction linéaire.

• Pour enrichir la discussion, on peut répondre à cette question en utilisant le raisonnement suivant :

Supposons que g est une fonction linéaire, $g(x)$ peut s'écrire $g(x) = ax$ où a est un nombre réel donné constant (c'est le coefficient de proportionnalité de $g(x)$) par rapport à x) ; on aura donc : $2 = a \times 1$ et $3 = a \times 2$ c'est-à-dire : $a = 2$ et $a = \frac{3}{2}$; ce qui impossible (raisonnement par l'absurde).

Chapitre

14

FONCTIONS AFFINES

Capacités attendues :

❶ Déterminer, l'image d'un nombre par une fonction affine.

❷ Traduire une situation par la formule $f(x) = ax + b$.

❸ Construire la représentation graphique d'une fonction affine.

❹ Déterminer l'image d'un nombre par une fonction affine au moyen de sa représentation graphique.

❺ Déterminer un nombre dont l'image est donnée au moyen de la représentation graphique d'une fonction affine.

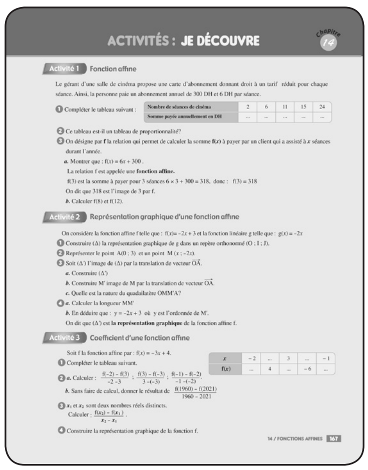
❻ Déterminer l'expression d'une fonction affine à partir de deux points distincts de sa représentation graphique

❼ Lire la représentation graphique d'une fonction affine.

❽ Employer la fonction affine dans la résolution de problèmes.

Objectifs	Prérequis	Extensions
❶ Connaître l'écriture $y = f(x)$ et l'utiliser dans le calcul des images de quelques nombres et utiliser les conventions et les termes liés au concept de fonction affine. ❷ Représenter graphiquement la fonction affine. ❸ Reconnaître le coefficient d'une fonction affine et le relier au taux variation des valeurs de y par rapport aux valeurs de x. ❹ Employer le concept de fonction affine pour résoudre des problèmes.	❶ Fonction linéaires. ❷ L'écriture $f(x)$ ❸ Représenter graphiquement une droite.	❶ Equation d'une droite. ❷ Systèmes linéaires. ❸ Géométrie analytique plane et dans l'espace aux niveaux scolaires du qualifiant. ❹ Fonctions numériques. ❺ Dans d'autres disciplines scolaires (sciences physiques, sciences de la vie et de la terre en particulier).

Indications didactiques


ACTIVITÉS : JE DÉCOUVRE

Activité 1 Fonction affine

Activité 2 Représentation graphique d'une fonction affine

Activité 3 Coefficient d'une fonction affine

● La notion de fonction affine constitue un ajout, un complément intéressant qui vient dans la continuité de la notion de fonction linéaire ; et ce pour les raisons suivantes :

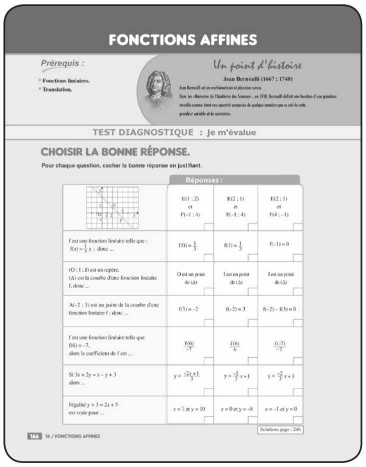
✻ La représentation graphique d'une fonction affine peut être obtenue, par un glissement ou une translation, de la représentation d'une fonction linéaire

Ainsi plusieurs fonctions affines sont générées (théoriquement) à partir d'une seule fonction linéaire.

✻ En revanche, toute fonction linéaire est une fonction affine. Malgré L'évidence de ce résultat, son évocation et sa représentation (au sens mental) de la part de l'apprenant, sont de nature à renforcer ses conceptions et ses procédures autour du sujet.

✻ Parmi les fonctions affines de coefficient a, la fonction linéaire est la seule dont la représentation graphique passe par l'origine du repère. En d'autres termes, la fonction linéaire est la seule fonction affine qui vérifie les deux relations $f(x + t) = f(x) + f(t)$ et $f(kx) = kf(x)$

FONCTIONS AFFINES



✻ Si La fonction linéaire de coefficient a est la traduction voire le synonyme de la proportionnalité des nombres et de leurs images par cette fonction, la fonction affine de coefficient a possède une propriété plus élargie selon laquelle : « si x augmente de h , alors f(x) « augmente » de ah ; ce que l'on peut exprimer en affirmant que le taux de variation est constant et vaut a.

● Sur le plan pédagogique, la définition d'une fonction affine, déterminée par les deux valeurs numériques respectives a et b , passe d'abord par le principe simple suivant : «Pour obtenir l'image du nombre x , on le multiplie par a et on ajoute b au résultat », et ce afin d'acquérir la capacité d'assimilation des deux écritures $x \longmapsto ax + b$ et $f(x) = ax + b$ (en soulignant que le sens de la parenthèse ici ne rejoint pas sa signification dans les expressions algébriques). Dans ce contexte, on peut partir du milieu environnant qui regorge de plusieurs situations qui se ramènent à ce type de fonctions et c'est l'occasion d'introduire les notions de ce chapitre.

● Concernant le lien organique entre une fonction affine et la droite qui la représente dans un repère, la démarche par étapes progressives permet d'entraîner les apprenants à travailler sur un graphique en partant de deux points pris sur une droite déterminée pour obtenir l'expression de la fonction affine représentée par cette droite ; ce qui autorise de donner une signification des coefficients a et b (le coefficient directeur et l'ordonnée à l'origine).

● Par ailleurs, s'il est utile de reconnaître des fonctions non affines, soit en les représentant sur l'écran d'un ordinateur, soit à travers leurs expressions comme des périmètres ou des aires liés à des longueurs …, Il est plus préférable encore d'employer la fonction affine dans la résolution de problèmes variés puisés dans la réalité ou issus des sciences physiques ou de l'économie... ce qui renforce les habiletés des apprenants à choisir les données, à les relier et à faire les interprétations adéquates, dans la perspective d'affronter leurs extensions dans les autres chapitres.

Gestion des activités

<table>
<tr><th>Activité</th><th>Traitement didactique</th></tr>
<tr>
<td>
Activité 1 Fonction affine

Le gérant d'une salle de cinéma propose une carte d'abonnement donnant droit à un tarif réduit pour chaque séance. Ainsi, la personne paie un abonnement annuel de 300 DH et 6 DH par séance.

1 Compléter le tableau suivant :
<table>
<tr><td>Nombre de séances de cinéma</td><td>2</td><td>6</td><td>11</td><td>15</td><td>24</td></tr>
<tr><td>Somme payée annuellement en DH</td><td>...</td><td>...</td><td>...</td><td>...</td><td>...</td></tr>
</table>
2 Ce tableau est-il un tableau de proportionnalité?
3 On désigne par f la relation qui permet de calculer la somme f(x) à payer par un client qui a assisté à x séances durant l'année.
a. Montrer que : $f(x) = 6x + 300$.
La relation f est appelée une fonction affine.
f(3) est la somme à payer pour 3 séances $6 \times 3 + 300 = 318$, donc : $f(3) = 318$
On dit que 318 est l'image de 3 par f.
b. Calculer f(8) et f(12).
</td>
<td>
● Recherche en binômes

1) ● L'élève remplit le tableau après avoir calculé le coût d'un nombre déterminé de séances.

● Les résultats sont exposés, comparés, discutés collectivement et corrigés de la part du professeur en se concentrant sur le procédé de calcul du coût .
</td>
</tr>
</table>

2) • Les élèves découvrent que le tableau proposé ne représente pas une situation de nombres proportionnels (les nombres de la deuxième ligne ne sont pas proportionnels à ceux de la première ligne).

3) • Le professeur accorde un peu de temps aux élèves pour formuler la relation, puis envoie un élève au tableau pour l'établir par l'explication et l'éclaircissement.

• Au cours de la discussion, le professeur peut ajouter que $f(x) - 300$ est proportionnel à x.

• Expliquer l'appellation « fonction affine » et la distinguer de la fonction linéaire.

*Chaque élève calcule f(8) et f(12) . Le professeur centre sur l'appellation $f(x)$ comme image de x par f en analogie avec la fonction linéaire (remplacer x par 8 puis par 12 dans la relation $f(x) = 6x + 300$.

• Pour enrichir le concept, le professeur peut demander de déterminer le nombre de séances sachant que la somme payée est 402 DH . Ce qui les amène à résoudre l'équation $f(x) = 402$.

Activité 2 **Représentation graphique d'une fonction affine**

On considère la fonction affine f telle que : $f(x) = -2x + 3$ et la fonction linéaire g telle que : $g(x) = -2x$

1. Construire (Δ) la représentation graphique de g dans un repère orthonormé (O ; I ; J).
2. Représenter le point A(0 ; 3) et un point M (x ; $-2x$).
3. Soit (Δ′) l'image de (Δ) par la translation de vecteur $\overrightarrow{OA}$.
   a. Construire (Δ′)
   b. Construire M' image de M par la translation de vecteur $\overrightarrow{OA}$.
   c. Quelle est la nature du quadailatère OMM′A?
4. ***a.*** Calculer la longueur MM′
   b. En déduire que : $y = -2x + 3$ où y est l'ordonnée de M′.
   On dit que (Δ′) est **la représentation graphique** de la fonction affine f.

• Recherche en binômes.

1) • L'élève construit la représentation graphique de la fonction linéaire g. Le professeur vérifie l'exactitude de la construction.

2) • L'élève place le point A, et le professeur incite ses élèves à remarquer la relation entre l'ordonnée de M et son abscisse.

Ensuite les élèves prennent un nombre arbitraire x et représentent le point M sur le graphique de g.

3) • Les élèves construisent (Δ') en translatant deux points de (Δ) (l'image d'une droite par une translation est une droite).

• Les élèves construisent le point M' image de M, et remarquent que M' appartient à (Δ') .

- Le quadrilatère OMM'A est un parallélogramme (relier la translation au parallélogramme).

4) • Chaque élève calcule la distance de deux façons différentes :

$$MM' = OA = 3 \qquad \text{et} \qquad MM' = y + 2x$$

Et déduit que : $y = -2x + 3$

Activité 3 **Coefficient d'une fonction affine**

Soit f la fonction affine par : $f(x) = -3x + 4$.

1. Compléter le tableau suivant.

x	-2	...	3	...	-1
$f(x)$	...	4	...	-6	...

2. *a.* Calculer : $\frac{f(-2) - f(3)}{-2 - 3}$; $\frac{f(3) - f(-3)}{3 - (-3)}$; $\frac{f(-1) - f(-2)}{-1 - (-2)}$.

   b. Sans faire de calcul, donner le résultat de $\frac{f(1960) - f(2021)}{1960 - 2021}$

3. x_1 et x_2 sont deux nombres réels distincts.
   Calculer : $\frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$.

4. Construire la représentation graphique de la fonction f.

- Recherche en trinômes

1) • Les élèves calculent les images de quelques valeurs de x et déterminent les nombres x dont on connaît l'image.

- Les résultats sont exposés pour la comparaison et la correction.

2)a. Les élèves calculent les rapports demandés puis présentent leurs travaux pour les comparer et les corriger. Le professeur les incite à généraliser les résultats trouvés pour préparer le terrain à la question suivante.

b. Les élèves s'inspirent de la question précédente pour calculer la valeur du rapport en question.

3) Les élèves calculent $\frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$. Le professeur intervient pour souligner que ce résultat est général pour toute autre fonction affine :

Si f est une fonction affine telle que $f(x) = ax + b$, alors $\frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = a$. Cette constante a s'appelle le coefficient de f.

4) Les élèves construisent le graphe de f et le professeur fait remarquer aux élèves que c'est une droite qui ne passe pas par l'origine du repère.

REPÈRE DANS LE PLAN

Capacités attendues :

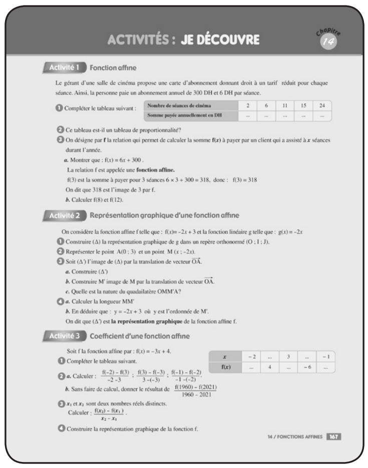
1. Reconnaître un repère orthogonal, l'abscisse et l'ordonnée d'un point ou d'un vecteur pour l'utilisation et la représentation.
2. Reconnaître et utiliser les coordonnées du milieu d'un segment et de la somme de deux vecteurs.
3. Calculer la distance entre deux points et l'utiliser dans différentes situations géométriques.
4. Résoudre des problèmes géométriques en utilisant le repère et les coordonnées.

Objectifs	Prérequis	Extensions
1 Reconnaître un repère orthogonal. 2 Reconnaître l'abscisse et l'ordonnée d'un point on d'un vecteur, les utiliser et les représenter. 3 Reconnaître et utiliser les coordonnées du milieu d'un segment. 4 Reconnaître les coordonnées de la somme de deux vecteurs. 5 Utiliser la distance entre deux points dans des situations géométriques diverses. 6 Résoudre des problèmes utilisant les coordonnées.	1 Droite graduée. 2 Parallélogramme. 3 Translation et vecteurs. 4 Théorème de Pythagore.	1 Equation d'une droite. 2 Géométrie analytique. 3 Différentes représentation graphiques. 4 Dans d'autres disciplines scolaires .

Indications didactiques

● Il est indéniable que le mérite revient à Descartes d'avoir fondé la géométrie analytique qui représente un saut qualitatif dans l'histoire des mathématiques et dans l'évolution de son système. Rappelons, à cet égard, que la géométrie analytique a précédé l'invention du concept de vecteur comme évolution logique qui s'impose.

La valeur ajoutée par la géométrie analytique réside essentiellement dans le transfert des situations géométriques et leur conversion du cadre descriptif (syncrétique) pur au cadre calculatoire et algébrique, avec pour corollaire la possibilité des lectures interprétatives des configurations pour revenir à la situation initiale et extraire les propriétés et les relations. En outre, la géométrie analytique contribue à reconnaître les figures géométriques usuelles et d'autres entités (géométriques), à travers la relation qui lie les coordonnées de tout point parmi ses points, ou ce que l'on dénomme conventionnellement « équation ». C'est ce que l'on va exposer dans le chapitre « équation d'une droite » et qui aura plusieurs extensions importantes ultérieurement dans le cycle secondaire qualifiant.


ACTIVITÉS : JE DÉCOUVRE

Chapitre 14

Activité 1 Fonction affine

Le gérant d'une salle de cinéma propose une carte d'abonnement donnant droit à un tarif réduit pour chaque séance. Ainsi, la personne paie un abonnement annuel de 300 DH et 6 DH par séance.

1. Compléter le tableau suivant :

Nombre de séances de cinéma	2	6	11	15	24
Somme payée annuellement en DH	...	...	...	...	...

2. Ce tableau est-il un tableau de proportionnalité?
3. On désigne par **f** la relation qui permet de calculer la somme **f(x)** à payer par un client qui a assisté à x séances durant l'année.
   a. Montrer que : $f(x) = 6x + 300$.
   La relation f est appelée une **fonction affine.**
   $f(3)$ est la somme à payer pour 3 séances $6 \times 3 + 300 = 318$, donc : $f(3) = 318$
   On dit que 318 est l'image de 3 par f.
   b. Calculer $f(8)$ et $f(12)$.

Activité 2 Représentation graphique d'une fonction affine

On considère la fonction affine f telle que : $f(x) = -2x + 3$ et la fonction linéaire g telle que : $g(x) = -2x$
1. Construire (Δ) la représentation graphique de g dans un repère orthonormé $(O ; I ; J)$.
2. Représenter le point $A(0 ; 3)$ et un point $M(x ; -2x)$.
3. Soit (Δ') l'image de (Δ) par la translation de vecteur $\overrightarrow{OA}$.
   a. Construire (Δ')
   b. Construire M' image de M par la translation de vecteur $\overrightarrow{OA}$.
   c. Quelle est la nature du quadailatère OMM'A?
4. *a.* Calculer la longueur MM'
   b. En déduire que : $y = -2x + 3$ où y est l'ordonnée de M'.
   On dit que (Δ') est **la représentation graphique** de la fonction affine f.

Activité 3 Coefficient d'une fonction affine

Soit f la fonction affine par : $f(x) = -3x + 4$.
1. Compléter le tableau suivant.

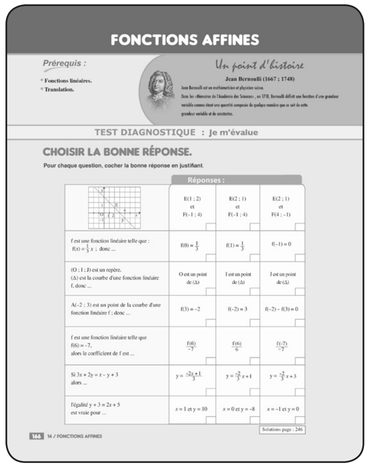
x	-2	...	3	...	-1
$f(x)$	...	4	...	-6	...

2. *a.* Calculer : $\frac{f(-2) - f(3)}{-2 - 3}$; $\frac{f(3) - f(-3)}{3 - (-3)}$; $\frac{f(-1) - f(-2)}{-1 - (-2)}$.
   b. Sans faire de calcul, donner le résultat de $\frac{f(1960) - f(2021)}{1960 - 2021}$
3. x_1 et x_2 sont deux nombres réels distincts.
   Calculer : $\frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$.
4. Construire la représentation graphique de la fonction f.

14 / FONCTIONS AFFINES 167

● Au niveau méthodologique et selon une concaténation logique et une progressivité constructiviste, le programme du cycle collégial envisage les concepts de la géométrie analytique (notions de repère et de coordonnées) à travers le composant des activités graphique comme suit :

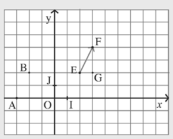
* ***En 1ère année :*** On part d'une droite graduée pour lire l'abscisse d'un point donné de cette droite, pour représenter un point dont l'abscisse est connue, et pour déterminer la distance entre deux points d'abscisses données, jusqu'à ce que l'on parvient au plan rapporté à un repère où les apprenants acquièrent la capacité de lire les coordonnées d'un point donné (ou tout, au moins leurs valeurs approchées) et de placer un point dont les coordonnées sont connues. Bref, les apprenants seront familiarisés avec la manière de positionner et situer un point dans le plan muni d'un repère orthogonal.



* ***En 2ème année :*** L'apprenant investit les différentes acquisitions antérieures pour construire la représentation graphique d'une situation de proportionnalité et emploie les termes « intimement » liés d'abscisse et d'ordonnée.

- Dans ce chapitre, le calcul des coordonnées d'un vecteur, de la somme de deux vecteurs, du produit d'un vecteur par un réel ou de la distance entre deux points conduit pertinemment à réinvestir plusieurs propriétés géométriques étudiées précédemment durant les deux années d'avant.
- En conclusion, cette leçon est une occasion que l'on doit saisir pour acquérir une vision claire concernant les concepts géométriques tout en les associant à l'algèbre et au calcul.

Gestion des activités

Activité	Traitement didactique
Activité 1 Coordonnées d'un point et de son translaté 1 Recopier la figure ci contre; puis déterminer les coordonnées des points E , F , G , A et B. 2 *a.* Construire A_1 image de A par la translation de vecteur $\overrightarrow{EG}$ puis déterminer les coordonnées de A_1. *b.* Construire A_2 image de A_1 par la translation de vecteur $\overrightarrow{GF}$ puis déterminer les coordonnées de A_2. 3 *a.* Construire B_1 image de B par la translation de vecteur $\overrightarrow{EG}$ puis déterminer les coordonnées de B_1. *b.* Construire B_2 image de B_1 par la translation de vecteur $\overrightarrow{GF}$, puis déterminer les coordonnées de B_2. Montrer que : $\overrightarrow{AA_2} = \overrightarrow{BB_2} = \overrightarrow{EF}$. 	• Recherche en groupes. • Outils didactiques : Règle et compas. *1)* • Chaque groupe fait la lecture du couple de coordonnées de chacun des points placés sur la figure. • Les résultats sont exposés, comparés et corrigés collectivement. Le professeur insiste sur : * La méthode de lecture en utilisant la projection orthogonale sur les axes du repère ; * La signification de l'abscisse et de l'ordonnée comme outils permettant de déterminer la position d'un point dans le repère ; * La traduction de la position d'un point par la notation M(x ; y) , et la mention conventionnelle du fait que (x ; y), est le couple de coordonnées de M. *2)* • Chaque groupe construit les images demandées, puis les détermine

par leurs couples de coordonnées.

- Les résultats sont présentés, comparés, corrigés et discutés collectivement.
- Le professeur insiste, lors de la discussion, sur ce qui suit :

  * Rappeler la signification du fait que : (P' est l'image de P par une translation de vecteur $\overrightarrow{QR}$) équivaut à (PP'RQ est un parallélogramme.

  * Ajuster la construction géométrique pour préciser les coordonnées de P'.

3) • Chaque groupe démontre l'égalité des vecteurs. On présente les travaux pour la discussion tout en signalant l'utilisation de la définition d'une translation.

Activité 2 **Coordonnées d'u vecteur**

1. On considère le point E (–3 , 4) et le vecteur $\overrightarrow{EF}$ (2 ; –5) (dans un repère orthonormé donné)
   Déterminer les coordonnées de F.
2. Soit A (x_A ; y_A) et B (x_B ; y_B) et le vecteur $\overrightarrow{AB}$ (a;b)
   a. Déterminer les coordonnées de B .
   b. Montrer que : $a = x_B - x_A$ et $b = y_B - y_A$.

- Recherche en groupes.
- Outils didactiques : Règle et compas.
- Le professeur incite ses élèves à remarquer que si M' est l'image de M par la translation de vecteur $\vec{u}$, alors $\overrightarrow{MM'} = \vec{u}$; donc, en utilisant la relation de Chasles : $\overrightarrow{OM'} = \overrightarrow{OM} + \vec{u}$.

En d'autres termes, pour obtenir les coordonnées de M' il suffit d'ajouter les coordonnées de $\vec{u}$ à celles de M.

C'est l'idée que l'on peut extraire du traitement de la première activité.

- Chaque groupe détermine les coordonnées de chacun des points F et B.
- Chaque groupe présente son travail. Les travaux sont comparés et discutés collectivement en soulignant ce qui suit :

  * $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OB}$; et par suite $\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{OA}$

  * Pour avoir les coordonnées de B, il suffit d'ajouter les coordonnées de A à celles du vecteur $\overrightarrow{AB}$ c'est-à-dire : $x_B = x_A + a$ et $y_B = y_A + b$.

  * Chaque groupe conclut que : $a = x_B - x_A$ et $b = y_B - y_A$

  * Les élèves, supervisés par le professeur, formulent la propriété établie :

Si (x_A ; y_A) est le couple de coordonnées de A et (x_B ; y_B) est le couple de coordonnées de B, alors le couple de coordonnées de $\overrightarrow{AB}$ est ($x_B - x_A$; $y_B - y_A$)

  * Attirer l'attention sur le respect de l'ordre d'écriture des coordonnées en donnant aussi les coordonnées de $\overrightarrow{BA}$.

Pour enrichir la discussion, le professeur peut indiquer que B est l'image de A par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$.

Il peut aussi signaler la relation vctorielle importante que l'on obtient par le procédé ci-après :

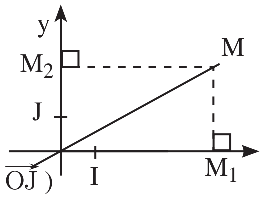
  * M_1 et M_2 étant les projetés orthogonaux respectifs de M sur l'axe

des abscisses et l'axe des ordonnées, OM_1MM_2 est un rectangle et on a :

$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OM_1} + \overrightarrow{OM_2}$

* $\overrightarrow{OM_1} = x\overrightarrow{OI}$ et $\overrightarrow{OM_2} = y\overrightarrow{OI}$

* $\overrightarrow{OM} = x\overrightarrow{OI} + y\overrightarrow{OJ}$



Pour déterminer les coordonnées de $\overrightarrow{AB}$,

on peut écrire $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OA}$

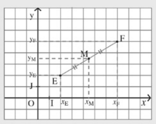
$\overrightarrow{AB}$ $(x_B \overrightarrow{OI} + y_B \overrightarrow{OJ}) - (x_A \overrightarrow{OI} + y_A \overrightarrow{OJ})$

$\overrightarrow{AB}$ $(x_B - x_A)\overrightarrow{OI} + (y_B - y_A)\overrightarrow{OJ}$.

Activité 3 Coordonnées du milieu d'un segment

Dans le plan rapporté à un repère orthonormé (O ; I ; J) ,
On considère les points $E(x_E ; y_E)$ et $F(x_F ; y_F)$.

1. Soit $M(x_M ; y_M)$ le milieu de [EF] (figure 2).
   Montrer que : $x_M - x_E = x_F - x_M$ et $y_M - y_E = y_F - y_M$.
2. En déduire que : $M\left(\frac{x_E + x_F}{2} ; \frac{y_E + y_F}{2}\right)$.



- Recherche en groupes
- Outils didactiques : Règle et compas.
- Chaque groupe établit les égalités demandées.
- Chaque groupe présente son travail. Les travaux sont discutés.

On souligne ce qui suit :

* M est le milieu de [EF] signifie que $\overrightarrow{EM} = \overrightarrow{MF}$.

* On fait appel au résultat de l'activité ***(2)*** autour des coordonnées et de l'égalité de deux vecteurs.

* Le couple de coordonnées de $\overrightarrow{EM}$ est $(x_B - x_E ; y_M - y_E)$ et le couple de coordonnées de $\overrightarrow{MF}$ est $(x_F - x_M ; y_F - y_M)$

On en déduit les égalités.

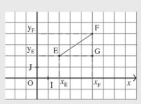
2) • En investissant le résultat de ***1)*** , les élèves parviennent à établir que l'abscisse de M est $x_M = \frac{x_E + x_F}{2}$ et que son ordonnée est $y_M = \frac{y_E + y_F}{2}$

- Le professeur formule avec ses élèves le résultat établi : «L'abscisse du milieu d'un segment est égale à la demi-somme des abscisses des deux extrémités du segment et que son ordonnée est la demi-somme des ordonnées de ses deux extrémités»

Activité 4 Distance entre deux points

Dans le plan rapporté à un repère orthonormé (O ; I ; J) (figure 3) , on considère les points $E(x_E ; y_E)$ et $F(x_F ; y_F)$ tels que : $x_E < x_F$ et $y_E < y_F$.
Soit le point $G(x_F ; y_E)$.

1. ***a.*** Calculer EG en fonction de x_E et x_F .
   b. Calculer FG en fonction de y_E et y_F .
2. En déduire que : $EF = \sqrt{(x_F - x_E)^2 + (y_F - y_E)^2}$.



- Recherche en groupes.
- Outils didactiques : Règle et compas.
- Chaque groupe observe la figure et identifie ses éléments.
- En s'appuyant sur les deux rectangles de la figure, chaque groupe parvient à . $EG = x_G - x_E$ $(x_G - x_E > 0)$

$GF = y_F - y_G$ $(y_F - y_G > 0)$

- En appliquant le théorème de Pythagore dans le triangle EFG rectangle en G, chaque groupe obtient : $EF^2 = EG^2 + EG^2$

$$EF^2 = (x_G - x_E)^2 + (y_F - y_G)^2$$

Pour pouvoir conclure, on doit remarquer que $x_G = x_F$ et $y_G = y_E$ pour déboucher sur : $EF = \sqrt{(x_F - x_E)^2 + (y_F - y_E)^2}$ en soulignant son importance dans le calcul des distances entre des points connaissant leurs coordonnées dans un repère orthonormal (condition obligatoire).

Chapitre 16

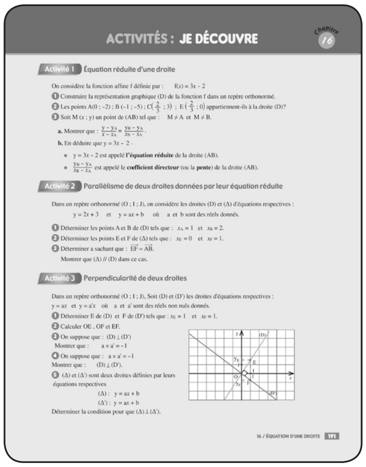
ÉQUATION D'UNE DROITE

Capacités attendues :

❶ Reconnaître une droite en tant qu'ensemble de points M(x ; y) tels que y = ax + b.
❷ Ecrire l'équation réduite d'une droite (AB) .
❸ Représenter une droite à partir de son équation réduite.
❹ Déterminer l'équation d'une droite tracée dans un repère.
❺ Employer le coefficient directeur pour identifier le parallélisme ou la perpendicularité de deux droites.

Objectifs	Prérequis	Extensions
❶ Savoir que toute droite non parallèle à l'axe des ordonnées a une équation de la forme y = ax + b ❷ Ecrire l'équation réduite d'une droite (AB) à partir des coordonnées de A et B. ❸ Reconnaître les conditions de parallélisme et de perpendicularité de deux droites, et les utiliser pour résoudre des problèmes géométriques.	❶ Fonctions linéaires et affines. ❷ Alignement de points. ❸ Les vecteurs. ❹ Coordonnées d'un point et d'un vecteur. ❺ Trigonométrie.	❶ Systèmes linéaires. ❷ Géométrie analytique. ❸ Orientation du plan. ❹ Dans d'autres disciplines scolaires pour représenter des phénomènes linéaires.

Indications didactiques



ACTIVITÉS : JE DÉCOUVRE

Chapitre 16

Activité 1 Équation réduite d'une droite

On considère la fonction affine f définie par : f(x) = 3x - 2

❶ Construire la représentation graphique (D) de la fonction f dans un repère orthonormé.
❷ Les points A(0 ; -2) ; B (-1 ; -5) ; C$\left(\frac{2}{3} ; 3\right)$; E$\left(\frac{2}{3} ; 0\right)$ appartiennent-ils à la droite (D)?
❸ Soit M (x ; y) un point de (AB) tel que : M ≠ A et M ≠ B.

a. Montrer que : $\frac{y - y_A}{x - x_A} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$.

b. En déduire que y = 3x - 2 .

- y = 3x - 2 est appelé **l'équation réduite** de la droite (AB).
- $\frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$ est appelé le **coefficient directeur** (ou la **pente**) de la droite (AB).

Activité 2 Parallélisme de deux droites données par leur équation réduite

Dans un repère orthonormé (O ; I ; J), on considère les droites (D) et (Δ) d'équations respectives :

y = 2x + 3 et y = ax + b où a et b sont des réels donnés.

❶ Déterminer les points A et B de (D) tels que : $x_A = 1$ et $x_B = 2$.
❷ Déterminer les points E et F de (Δ) tels que : $x_E = 0$ et $x_F = 1$.
❸ Déterminer a sachant que : $\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{AB}$.
Montrer que (Δ) // (D) dans ce cas.

Activité 3 Perpendicularité de deux droites

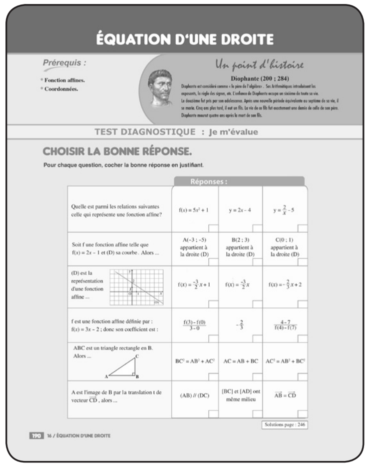
Dans un repère orthonormé (O ; I ; J), Soit (D) et (D') les droites d'équations respectives :
y = ax et y = a'x où a et a' sont des réels non nuls donnés.

❶ Déterminer E de (D) et F de (D') tels que : $x_E = 1$ et $x_F = 1$.
❷ Calculer OE , OF et EF.
❸ On suppose que : (D) ⊥ (D')
Montrer que : a × a' = -1
❹ On suppose que : a × a' = -1
Montrer que : (D) ⊥ (D').
❺ (Δ) et (Δ') sont deux droites définies par leurs équations respectives
(Δ) : y = ax + b
(Δ') : y = ax + b
Déterminer la condition pour que (Δ) ⊥ (Δ').

16 / ÉQUATION D'UNE DROITE 191

● Les apprenants ont déjà étudié une situation de proportionnalité en la liant à un graphique qui représente une fonction linéaire comme une droite passant par l'origine du repère. Qu'entend-on par équation d'une droite donnée ?
De façon générale, l'équation d'une « ligne » ou d'une « courbe » est la traduction numérique, au moyen d'une égalité, de la relation (condition) qui précise l'appartenance d'un certain point à cette courbe. Lorsque l'on parle d'une droite, exception faite du cas où cette droite est parallèle à l'axe des ordonnées auquel cas son équation prend la forme $x = x_0$, alors l'équation de la droite est celle de la courbe représentative de la fonction affine $x \longmapsto$ ax + b c'est-à-dire y = ax + b et la droite devient l'ensemble des points M(x ; ax + b)
● La signification du terme « équation » dans ce contexte diffère de la signification conventionnelle de l'équation comme égalité comportant une inconnue, mais porte le sens de condition nécessaire et suffisante d'appartenance d'un point à une droite.

ÉQUATION D'UNE DROITE


ÉQUATION D'UNE DROITE

Prérequis :

* Fonction affines.
* Coordonnées.

Un point d'histoire

Diophante (200 ; 284)

Diophante est considéré comme « le père de l'algèbre ». Ses Arithmétiques introduisent les exposants, la règle des signes, etc. L'enfance de Diophante occupa un sixième de toute sa vie. Le douzième fut pris par son adolescence. Après une nouvelle période équivalente au septième de sa vie, il se maria. Cinq ans plus tard, il eut un fils. La vie de ce fils fut exactement une demie de celle de son père. Diophante mourut quatre ans après la mort de son fils.

TEST DIAGNOSTIQUE : Je m'évalue

CHOISIR LA BONNE RÉPONSE.

Pour chaque question, cocher la bonne réponse en justifiant.

	Réponses :		
Quelle est parmi les relations suivantes celle qui représente une fonction affine?	$f(x) = 5x^2 + 1$	$y = 2x - 4$	$y = \frac{2}{x} - 5$
Soit f une fonction affine telle que $f(x) = 2x - 1$ et (D) sa courbe. Alors ...	A(–3 ; –5) appartient à la droite (D)	B(2 ; 3) appartient à la droite (D)	C(0 ; 1) appartient à la droite (D)
(D) est la représentation d'une fonction affine ...	$f(x) = \frac{-3}{2}x + 1$	$f(x) = \frac{-3}{2}x$	$f(x) = -\frac{2}{3}x + 2$
f est une fonction affine définie par : $f(x) = 3x - 2$; donc son cœfficient est :	$\frac{f(3) - f(0)}{3 - 0}$	$-\frac{2}{3}$	$\frac{4-7}{f(4)-f(7)}$
ABC est un triangle rectangle en B. Alors ...	$BC^2 = AB^2 + AC^2$	$AC = AB + BC$	$AC^2 = AB^2 + BC^2$
A est l'image de B par la translation t de vecteur $\overrightarrow{CD}$, alors ...	(AB) // (DC)	[BC] et [AD] ont même milieu	$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$

Solutions page : 246

190 16 / ÉQUATION D'UNE DROITE

Concernant les droites particulières, on peut rappeler :

* Les droites parallèles à l'axe des ordonnées : $x = x_0$

* les droites parallèles à l'axe des abscisses : $x = b$

* les droites déterminées par un point A(α ; 0) de l'axe des abscisses et d'un point, B(0 ; β) de l'axe des ordonnées (où α et β sont des réel non nuls données) :

$$\frac{x}{\alpha} + \frac{y}{\beta} = 1.$$

* Les droites passant par l'origine du repère : $y = ax$ (sauf l'axe des ordonnées)

● À propos du coefficient directeur d'une droite « oblique », sa connaissance et de celle d'un point permet de construire cette droite. Il faudrait donc acquérir la capacité d'effectuer la construction selon des étapes systématiques simples.

● À cet égard, il convient de souligner que :

* Deux droites qui ont le même coefficient directeur sont parallèles. En revanche, l'intersection de deux droites en un point équivaut à la différence (non égalité) de leurs pentes. À partir de cette propriété autour de la condition de parallélisme (ou d'intersection) de deux droites, on entreprend l'étude et le traitement des systèmes linéaires à deux inconnues au chapitre suivant.

* La relation trigonométrique entre la pente d'une droite oblique et l'angle polaire déterminée par l'axe des abscisses (axe polaire) est $a = \tan\theta$; et cette relation est primordiale dans certaines disciplines scolaires, notamment en sciences physiques.

* Quand à la perpendicularité (orthogonalité), dans un repère orthonormal, et la condition à laquelle elle se réfère $aa' = -1$, elle renvoie au bagage cognitif et compétentiel de l'apprenant autour de tout ce qui est relatif aux triangles rectangles. La condition de perpendicularité représente un pont de transit entre les aspects descriptifs (orthogonalité) et les aspects analytiques dans un problème géométrique.

* On doit tenir compte des considérations précédentes concernant les phases et les étapes en les reliant à l'ordre et l'encadrement, et ce en vue de déterminer les parties d'une droite, la réunion de deux droites ou de deux parties de droites comme lieux géométriques définis par une équation ou un système ; par exemple quel est l'ensemble des points du plan tels que $(x + y - 1)(2x - y + 3) = 0$ et $0 \le x \le 2$?

Pour que cet objectif soit atteint et parvenir à un grand degré de maîtrise, il est indispensable d'investir positivement le cumul cognitif disponible.

Gestion des activités

Activité	Traitement didactique

Activité 1 Équation réduite d'une droite

On considère la fonction affine f définie par : $f(x) = 3x - 2$

1. Construire la représentation graphique (D) de la fonction f dans un repère orthonormé.
2. Les points $A(0\,;-2)$; $B(-1\,;-5)$; $C\left(\frac{2}{3}\,;3\right)$; $E\left(\frac{2}{3}\,;0\right)$ appartiennent-ils à la droite (D)?
3. Soit $M(x\,;y)$ un point de (AB) tel que : $M \neq A$ et $M \neq B$.

   a. Montrer que : $\frac{y - y_A}{x - x_A} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$.

   b. En déduire que $y = 3x - 2$.

   - $y = 3x - 2$ est appelé **l'équation réduite** de la droite (AB).
   - $\frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$ est appelé le **coefficient directeur** (ou la **pente**) de la droite (AB).

- Recherche en binômes
- Outils didactiques : Règle et papier quadrillé.

1) • Chaque groupe construit la droite (D).

- Chaque groupe présente son travail. Les travaux sont comparés et discutés.
- Le professeur met l'accent, pendant la discussion, sur :
  - ✻ Vérifier que les points adoptés, dans la construction, sont corrects.
  - ✻ Il suffit de choisir deux points.
  - ✻ La représentation graphique d'une fonction affine est une droite.

2) • Les élèves vérifient l'appartenance ou non des points à la droite en utilisant l'expression de la fonction affine ; Est-ce que l'ordonnée est l'image de l'abscisse ?

3) • L'objectif de cette question est d'établir qu'une droite est l'ensemble des points $M(x\,;y)$ tels que $y = ax + b$, et ce pour définir l'équation réduite d'une droite (non parallèle à l'axe des ordonnées).

- Le professeur incite ses élèves à relier le rapport $\frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$ au coefficient de la fonction affine en tant que nombre constant indépendant des deux points considérés de la droite.
- Les élèves déterminent le coefficient de la fonction affine en considérant les deux points A et M de la droite (AB).
- Les élèves déduisent l'égalité des deux rapports du fait que
- Sachant que $\frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = 3$, les élèves obtiennent $\frac{y+2}{x} = 3$ puis, en conséquence, l'égalité $y = 3x - 2$.
- Le professeur définit cette égalité par l'équation réduite qui exprime la relation entre l'abscisse et l'ordonnée d'un point quelconque $M(x\,;y)$ de la droite (D).

  Il définit aussi le coefficient directeur (ou pente) de la droite.
- Le professeur signale les deux points d'intersection de (D) avec les axes de coordonnées, à savoir E et A.

Activité 2 Parallélisme de deux droites données par leur équation réduite

Dans un repère orthonormé (O ; I ; J), on considère les droites (D) et (Δ) d'équations respectives :

$y = 2x + 3$ et $y = ax + b$ où a et b sont des réels donnés.

1. Déterminer les points A et B de (D) tels que : $x_A = 1$ et $x_B = 2$.
2. Déterminer les points E et F de (Δ) tels que : $x_E = 0$ et $x_F = 1$.
3. Déterminer a sachant que : $\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{AB}$.

   Montrer que (Δ) // (D) dans ce cas.

- Recherche en binômes.
- L'objectif de cette activité est de reconnaître que la condition du parallélisme de deux droites est l'égalité de leurs pentes, et ce en employant l'outil vectoriel.
- En utilisant l'équation de (D), les élèves déterminent l'ordonnée de chacun des points A et B.
- Le professeur attire l'attention des élèves sur le fait que (D) = (AB).

<table>
<tr>
<td></td>
<td>

• Les élèves déterminent les ordonnées de E et F

• Les élèves déterminent le couple de cordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$ et le couple de coordonnées de $\overrightarrow{BF}$ en fonction de a et b.

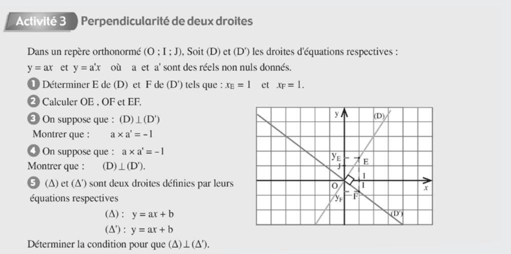
• En utilisant la propriété de deux vecteurs définis par leurs coordonnées les élèves déduisent que : $a = 2$.

• Le professeur attire l'attention des élèves à (EF) = (Δ) et les incite à relier l'égalité $\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{AB}$ au parallélisme de (EF) et (AB) ; ce qui pousse les élèves à conclue que (Δ) est parallèle à (D)

• Le professeur intervient pour encadrer ce savoir et pour formuler, avec ses élèves, la règle :

Pour que deux droites (définies par leurs équations réduites) soient parallèles, il faut et il suffit qu'elles aient la même pente.

</td>
</tr>
<tr>
<td>



Activité 3 Perpendicularité de deux droites

Dans un repère orthonormé (O ; I ; J). Soit (D) et (D') les droites d'équations respectives :
$y = ax$ et $y = a'x$ où a et a' sont des réels non nuls donnés.

1 Déterminer E de (D) et F de (D') tels que : $x_E = 1$ et $x_F = 1$.

2 Calculer OE , OF et EF.

3 On suppose que : $(D) \perp (D')$
Montrer que : $a \times a' = -1$

4 On suppose que : $a \times a' = -1$
Montrer que : $(D) \perp (D')$.

5 (Δ) et (Δ') sont deux droites définies par leurs équations respectives
$(\Delta) : \ y = ax + b$
$(\Delta') : \ y = ax + b$
Déterminer la condition pour que $(\Delta) \perp (\Delta')$.

</td>
<td>

• Recherche en binômes

• Outils didactiques : Règle et papier quadrillé.

• L'objectif de cette activité est de préciser la condition de perpendicularité de deux droites définis par leurs équations réduites, et ce en utilisant le théorème de Pythagore.

1) • En s'appuyant sur le dessin, comme support visuel, les élèves remarquent que E et F ont la même abscisse 1 et sachant qu'il appartiennent respectivement à (D) et (D'), les élèves en déduisent que leurs ordonnées respectives sont a et a' .

2) • En employant la formule de la distance de deux points, les élèves déterminent OE , OF et EF

3) • La figure suggère aux élèves d'utiliser le théorème de Pythagore dans le triangle OEF : $EF^2 = OE^2 + OF^2$

• De cette relation, les élèvent extraient : $aa' = -1$

• Le professeur renforce ce résultat en soulignant que si $aa' \neq -1$, alors les droites (D) et (D') ne sont pas perpendiculaires. Par exemples les droites $(D_1) : \ y = 3x$ et $(D_2) : \ y = -\frac{1}{2}x$ ne sont pas perpendiculaires.

4) • L'hypothèse $aa' = -1$ renvoie les élèves à employer le théorème réciproque de Pythagore c'est-à-dire la relation $EF^2 = OE^2 + OF^2$ pour prouver la perpendicularité de (D) et (D')

5) • Les élèves remarquent le parallélisme de (Δ) et (D) d'une part, et d'autre part celui de (Δ') et (D') et ce en investissant les deux activités précédentes.

• Le professeur laisse l'initiative aux élèves pour exprimer leurs différentes approches pour traiter la situation posée. Ainsi, le rôle du professeur se borne à enrichir la discussion en soulignant toutefois que la deuxième situation résulte de la première par une translation de (D) et (D') .

</td>
</tr>
</table>

Chapitre 17

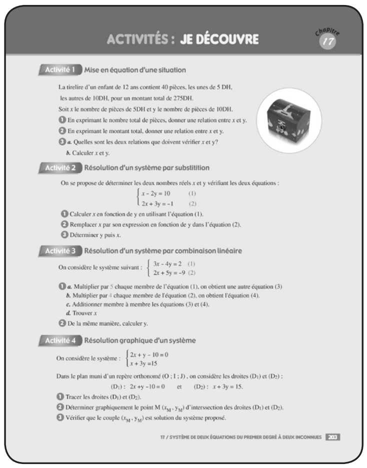
SYSTÈME DE DEUX ÉQUATIONS DU PREMIER DEGRÉ À DEUX INCONNUES

Capacités attendues :

1. Résoudre un système de deux équations du premier degré à deux inconnues, algébriquement.
2. Résoudre un système de deux équations du premier degré à deux inconnues, graphiquement.
3. Mathématiser des situations qui se ramènent à la résolution d'un système de deux équations du premier degré à deux inconnues.

Objectifs	Prérequis	Extensions
❶ Reconnaître et résoudre des systèmes du premier degré à deux inconnues en utilisant les techniques de substitution et de combinaison linéaire. ❷ Interpréter géométriquement la résolution d'un système le reliant à deux équations de deux droites parallèles ou sécantes. ❸ Employer la résolution des systèmes dans le traitement de quelques problèmes.	❶ Équations du premier degré. ❷ Fonction linéaires et affines et leurs représentations graphiques. ❸ Équations d'une droite dans le plan rapporté à un repère. ❹ condition de parallélisme ou de perpendicularité de deux droites.	❶ Équations et inéquations du premier degré à deux inconnues. ❷ Régionnement du plan. ❸ Systèmes linéaires à plus de deux inconnues. ❹ Analytique de la géométrie dans l'espace.

Indications didactiques



ACTIVITÉS : JE DÉCOUVRE

Chapitre 17

Activité 1 Mise en équation d'une situation

La tirelire d'un enfant de 12 ans contient 40 pièces, les unes de 5 DH, les autres de 10DH, pour un montant total de 275DH.

Soit x le nombre de pièces de 5DH et y le nombre de pièces de 10DH.

❶ En exprimant le nombre total de pièces, donner une relation entre x et y.

❷ En exprimant le montant total, donner une relation entre x et y.

❸ *a.* Quelles sont les deux relations que doivent vérifier x et y?

b. Calculer x et y.

Activité 2 Résolution d'un système par substitition

On se propose de déterminer les deux nombres réels x et y vérifiant les deux équations :

$$\begin{cases} x - 2y = 10 & (1) \\ 2x + 3y = -1 & (2) \end{cases}$$

❶ Calculer x en fonction de y en utilisant l'équation (1).

❷ Remplacer x par son expression en fonction de y dans l'équation (2).

❸ Déterminer y puis x.

Activité 3 Résolution d'un système par combinaison linéaire

On considère le système suivant : $\begin{cases} 3x - 4y = 2 & (1) \\ 2x + 5y = -9 & (2) \end{cases}$

❶ *a.* Multiplier par 5 chaque membre de l'équation (1), on obtient une autre équation (3)

b. Multiplier par 4 chaque membre de l'équation (2), on obtient l'équation (4).

c. Additionner membre à membre les équations (3) et (4).

d. Trouver x

❷ De la même manière, calculer y.

Activité 4 Résolution graphique d'un système

On considère le système : $\begin{cases} 2x + y - 10 = 0 \\ x + 3y = 15 \end{cases}$

Dans le plan muni d'un repère orthonomé (O ; I ; J) , on considère les droites (D_1) et (D_2) :

(D_1) : $2x + y - 10 = 0$ et (D_2) : $x + 3y = 15$.

❶ Tracer les droites (D_1) et (D_2).

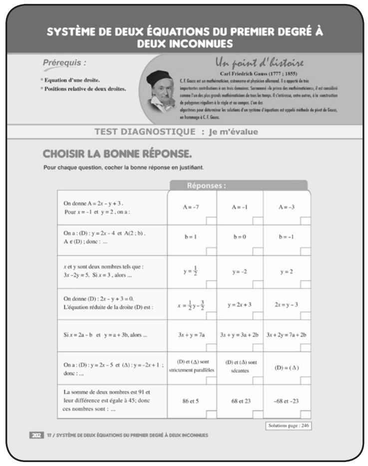
❷ Déterminer graphiquement le point M (x_M , y_M) d'interssection des droites (D_1) et (D_2).

❸ Vérifier que le couple (x_M , y_M) est solution du système proposé.

17 / SYSTÈME DE DEUX ÉQUATIONS DU PREMIER DEGRÉ À DEUX INCONNUES 203

- Le système du premier à deux inconnues est une traduction linéaire d'une situation à deux inconnues; en d'autre termes, c'est une équation du premier degré dont l'inconnue est un couple de nombres.
- L'apprenant a déjà confronté ces systèmes au cours des niveaux scolaires précédents sans révéler le terme conventionnel usité ou parler d'inconnues; le traitement retenu procédait selon deux directions : soit par la méthode de substitution (c'était une démarche qui s'imposait) qui repose sur le calcul littéral et l'utilisation des lettres, soit à l'aide de schémas comme c'est le cas dans les niveaux primaires.
- L'interprétation géométrique d'un système, en le reliant à deux équations de deux droites parallèles ou sécantes, est extrêmement importante car l'intégration des compétences est subordonnée à l'acquisition de l'habileté de passage d'un cadre à un autre et dépend de l'appropriation de la capacité d'investir les différents mécanismes calculatoires, numériques et géométriques. C'est pourquoi, on ne doit pas réduire ce chapitre simplement aux techniques de «substitution» et de «combinaison linéaire» ; il faut plutôt évoquer et investir les différentes possibilités, contrôler et ajuster les représentations et les conceptions avant, pendant et après la résolution du système. Ainsi chaque cas devient associé à l'une des trois positions possibles de deux droites : confondues - strictement parallèles - sécantes en un point.
- Dans le même sens, il convient de noter les étapes principales dans la résolution algébrique de tout problème dont l'objet est un système du premier degré à deux inconnues :

SYSTÈME DE DEUX ÉQUATIONS DU PREMIER DEGRÉ À DEUX INCONNUES



SYSTÈME DE DEUX ÉQUATIONS DU PREMIER DEGRÉ À DEUX INCONNUES

Prérequis :

* Equation d'une droite.
* Positions relative de deux droites.

Un point d'histoire

Carl Friedrich Gauss (1777 ; 1855)

C. F. Gauss est un mathématicien, astronome et physicien allemand. Il a apporté de très importantes contributions à ces trois domaines. Surnommé «le prince des mathématiciens», il est considéré comme l'un des plus grands mathématiciens de tous les temps. Il s'intéressa, entre autres, à la construction de polygones réguliers à la règle et au compas. L'un des algoritmes pour déterminer les solutions d'un système d'équations est appelé méthode du pivot de Gauss, en hommage à C. F. Gauss.

TEST DIAGNOSTIQUE : Je m'évalue

CHOISIR LA BONNE RÉPONSE.

Pour chaque question, cocher la bonne réponse en justifiant.

	Réponses :		
On donne $A = 2x - y + 3$. Pour $x = -1$ et $y = 2$, on a :	$A = -7$	$A = -1$	$A = -3$
On a : $(D) : y = 2x - 4$ et $A(2 ; b)$. $A \in (D)$; donc : ...	$b = 1$	$b = 0$	$b = -1$
x et y sont deux nombres tels que : $3x - 2y = 5$. Si $x = 3$, alors ...	$y = \frac{1}{2}$	$y = -2$	$y = 2$
On donne $(D) : 2x - y + 3 = 0$. L'équation réduite de la droite (D) est :	$x = \frac{1}{2}y - \frac{3}{2}$	$y = 2x + 3$	$2x = y - 3$
Si $x = 2a - b$ et $y = a + 3b$, alors ...	$3x + y = 7a$	$3x + y = 3a + 2b$	$3x + 2y = 7a + 2b$
On a : $(D) : y = 2x - 5$ et $(\Delta) : y = -2x + 1$; donc : ...	(D) et (Δ) sont strictement parallèles	(D) et (Δ) sont sécantes	$(D) = (\Delta)$
La somme de deux nombres est 91 et leur différence est égale à 45; donc ces nombres sont : ...	86 et 5	68 et 23	-68 et -23

Solutions page : 246

202 17 / SYSTÈME DE DEUX ÉQUATIONS DU PREMIER DEGRÉ À DEUX INCONNUES

* choix des deux inconnues;

* formulation du système;

* Résolution du système

* Interprétation du résultat et validation (vérification)

● Pour renforcer la compétence de résolution du système du premier degré à deux inconnues, on peut proposer des systèmes variés issus d'autres domaines et qui se ramènent à des systèmes linéaires à deux inconnues.

● En somme, si le traitement des systèmes contribue à l'ancrage de la méthologie de résolution de problèmes et de son essor, cela ne fait que confirmer la place privilégiée des mathématiques, par ses deux volets algébrique(numérique) et géométrique (graphique, analytique) dans la pratique du raisonnement et dans le défi des problèmes simples ou complexes, ardus ou non.

Gestion des activités

<table>
<tr><th>Activité</th><th>Traitement didactique</th></tr>
<tr><td>

Activité 1 Mise en équation d'une situation
La tirelire d'un enfant de 12 ans contient 40 pièces, les unes de 5 DH, les autres de 10DH, pour un montant total de 275DH.
Soit x le nombre de pièces de 5DH et y le nombre de pièces de 10DH.
1 En exprimant le nombre total de pièces, donner une relation entre x et y.
2 En exprimant le montant total, donner une relation entre x et y.
3 a. Quelles sont les deux relations que doivent vérifier x et y?
b. Calculer x et y.
</td><td>
● Recherche en binômes.
● Chaque binôme fait la lecture de l'énoncé du problème et identifie ses données.
● Le professeur accorde, aux élèves, un temps de recherche.
● Chaque groupe expose son travail. Les travaux sont comparés et discutés collectivement sous l'organisation et l'encadrement du professeur.
● Le professeur insiste, pendant la discussion, sur :
* Le côté méthodologique dans la mathématisation de la situation. Investir le bagage disponible chez les élèves concernant le calcul littéral, en vue de donner une signification aux inconnues et écrire les deux équations constituant le système.
* Sensibiliser et préparer les élèves à saisir le concept de système en tant que conjonction logique de deux équations (deux équations réalisées simultanément)
* S'arrêter à l'étape de la vérification du fait que le couple trouvé est bien une solution du système et attirer l'attention des élèves que chaque équation du système représente l'équation d'une droite; ce qui renvoie à considérer la solution comme couple de coordonnées du point d'intersection de deux droites. c'est ce qui va être traité de façon détaillée à la dernière activité.
</td></tr>
</table>

<table>
<tr>
<td></td>
<td>
• Les élèves expriment la relation relative au nombre de pièces :
$x + y = 40$ et expriment la relation relative au montant total
$5x + 10y = 275$
• En remarquant que $5x + 10y = 275$ s'écrit : $10(x + y) - 5x = 275$
et $5(x + y) + 5y = 275$, les élèves obtiennent : $5x = 125$ et $5y = 75$
et en déduisent : $x = 25$ et $y = 15$.
</td>
</tr>
<tr>
<td>
Activité 2 **Résolution d'un système par substitition**
On se propose de déterminer les deux nombres réels x et y vérifiant les deux équations :
$\begin{cases} x - 2y = 10 & (1) \\ 2x + 3y = -1 & (2) \end{cases}$
1. Calculer x en fonction de y en utilisant l'équation (1).
2. Remplacer x par son expression en fonction de y dans l'équation (2).
3. Déterminer y puis x.
</td>
<td>
• Recherche en binômes.
• Chaque groupe calcule x en fonction de y en utilisant les techniques du calcul.
• Insister ici sur l'expression «calculer en fonction de» c'est-à-dire «écrire x en fonction de y» qui signifie formuler une égalité dont l'un des nombres est x et l'autre une expression utilisant y)
• Chaque groupe effectue les opérations de calcul demandées, puis expose ses résultats pour la comparaison et la correction.
• On insiste sur les aspects de cette technique comme suit:
* Lorsqu'on effectue les calculs algébriques, on doit veiller à écrire le nouveau système obtenu comme indiqué ci - après :
$\begin{cases} x = 2y + 10 \\ 2(2y + 10) + 3y = -1 \end{cases}$
et à continuer les calculs selon la même démarche
* La deuxième équation du système est une équation du premier degré à une inconnue qui est à la portée de l'élève.
* Le professeur attire l'attention des élèves sur la possibilité de calculer x en fonction de y dans la deuxième équation du système proposé, puis de remplacer x par sa valeur en fonction de y dans la première équation. Par ailleurs, soulignons que l'on peut intervertir les rôles de x et y dans la résolution du système.
* Certains élèvent peuvent trouver des réponses différentes.
Le professeur les renvoie au système de départ pour la vérification et la validation.
</td>
</tr>
<tr>
<td>
Activité 3 **Résolution d'un système par combinaison linéaire**
On considère le système suivant : $\begin{cases} 3x - 4y = 2 & (1) \\ 2x + 5y = -9 & (2) \end{cases}$
1. ***a.*** Multiplier par 5 chaque membre de l'équation (1), on obtient une autre équation (3)
b. Multiplier par 4 chaque membre de l'équation (2), on obtient l'équation (4).
c. Additionner membre à membre les équations (3) et (4).
d. Trouver x
2. De la même manière, calculer y.
</td>
<td>
• Recherche en binômes.
• Le professeur incite les élèves à remarquer les coefficients de y dans les deux équations : – 4 dans la première et 5 dans la deuxième. L'intention est de multiplier l'équation ***(1)*** par un nombre n et l'équation***(2)*** par
</td>
</tr>
</table>

un nombre m de telle sorte que lorsqu'on additionne les deux nouvelles équations, le coefficient de y, dans l'équation obtenue, qui est (–4m + 5m) soit nul. Ici l'énoncé propose n = 5 et m = 4. Il est à souligner que les nombres n et m choisis ne sont pas uniques.

- Le professeur intervient pour donner l'appellation de la technique (par combinaison linéaire).
- Quelques remarques à signaler :
- En multipliant la première équation par 5 et la seconde par 4, les coefficients de y seront opposés (–20 et 20, respectivement):

$$5(3x - 4y = 2) \longmapsto 15x - 20y = 10$$
$$4(2x + 5y = -9) \longmapsto 8x + 20y = -36$$

* En effectuant l'addition des nouvelles équations obtenues à l'étape précédente, les élèves trouvent : $23y = -26$ c'est-à-dire $y = -\frac{26}{23}$

* Pour calculer la valeur de x, le professeur laisse l'initiative aux élèves pour procéder de la même manière et de choisir la bonne combinaison linéaire des deux équations qui écarte y.

Activité 4 **Résolution graphique d'un système**

On considère le système : $\begin{cases} 2x + y - 10 = 0 \\ x + 3y = 15 \end{cases}$

Dans le plan muni d'un repère orthonomé (O ; I ; J) , on considère les droites (D_1) et (D_2) :

(D_1) : $2x + y - 10 = 0$ et (D_2) : $x + 3y = 15$.

1. Tracer les droites (D_1) et (D_2).
2. Déterminer graphiquement le point M (x_M , y_M) d'interssection des droites (D_1) et (D_2).
3. Vérifier que le couple (x_M , y_M) est solution du système proposé.

- Recherche en binômes.
- Outils didactiques : Règle et calculatrice
- Chaque binôme construit les droites (D_1) et (D_2) soit en choisissant deux points distincts de chaque droite, soit en écrivant les équations réduites des droites en question :

$$(D_1) : Y = 22X + 10 \quad ; \quad (D_2) : y = -\frac{1}{3}x + 5$$

- Après avoir construit les droites, les élèves observent la figure obtenue, identifient ses composants et essaient de lire les coordonnées du point d'intersection des deux droites.
- Certains élèvent peuvent proposer des valeurs approchées des coordonnées du point M surtout si le dessin n'est pas correct.
- Le professeur intervient, à cet égard, pour souligner que l'on demande les valeurs exactes des coordonnées.

Toutefois, l'opération d'estimation et d'approximation des valeurs reste importante pour vérifier la validité des solutions obtenues ultérieurement.

- Pour enrichir la discussion, le professeur stimule ses élèves à relier, à partir des systèmes précédemment traités, entre un système et les équations de deux droites.

STATISTIQUE

Capacités attendues :

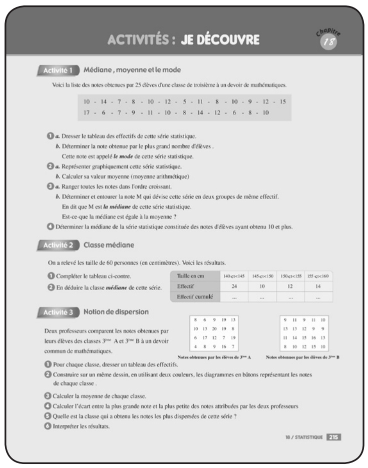
❶ Déterminer la médiane et le mode d'une série statistique.

❷ Calculer la moyenne arithmétique d'une série statistique en utilisant la calculatrice non scientifique.

❸ Employer les représentations graphiques usuelles dans la résolution de problèmes.

Objectifs	Prérequis	Extensions
❶ Connaitre et Utiliser les caractérstiques de position d'une série statistique : médiane - mode moyenne orithmétique. ❷ Connaitre la dispersion en comparant deux tableaux ou deux séries statistiques en utilisant la moyenne orithmétique.	❶ Population statistique - Caractère - Effectif. ❷ Effectif total - Effectif cumulée Fréquence et fréquence cumulée. ❸ Moyenne orithmétique d'une série statistique. ❹ Diagramme en bâtons, histogramme, en ligne brisée ou sectoriel.	❶ En statistiques : ● Coefficient de carrélation. ● Ecart-type ; variance ● Droite de régression dans les niveaux scolaires à venir. ❷ Dans les autres disciplines scolaires et notamment en géographie, historie et biologie.

Indications didactiques


ACTIVITÉS : JE DÉCOUVRE

Chapitre 18

Activité 1 Médiane , moyenne et le mode

Voici la liste des notes obtenues par 25 élèves d'une classe de troisième à un devoir de mathématiques.

10 - 14 - 7 - 8 - 10 - 12 - 5 - 11 - 8 - 10 - 9 - 12 - 15
17 - 6 - 7 - 9 - 11 - 10 - 8 - 14 - 12 - 6 - 8 - 10

❶ *a.* Dresser le tableau des effectifs de cette série statistique.
b. Déterminer la note obtenue par le plus grand nombre d'élèves .
Cette note est appelé ***le mode*** de cette série statistique.
❷ *a.* Représenter graphiquement cette série statistique.
b. Calculer sa valeur moyenne (moyenne arithmétique)
❸ *a.* Ranger toutes les notes dans l'ordre croissant.
b. Déterminer et entourer la note M qui dévise cette série en deux groupes de même effectif.
En dit que M est ***la médiane*** de cette série statistique.
Est-ce-que la médiane est égale à la moyenne ?
❹ Déterminer la médiane de la série statistique constituée des notes d'élèves ayant obtenu 10 et plus.

Activité 2 Classe médiane

On a relevé les taille de 60 personnes (en centimètres). Voici les résultats.

❶ Compléter le tableau ci-contre.
❷ En déduire la classe ***médiane*** de cette série.

Taille en cm	$140 \le t < 145$	$145 \le t < 150$	$150 \le t < 155$	$155 \le t < 160$
Effectif	24	10	12	14
Effectif cumulé	...	...	...	...

Activité 3 Notion de dispersion

Deux professeurs comparent les notes obtenues par leurs élèves des classes 3ème A et 3ème B à un devoir commun de mathématiques.

8	6	9	19	13
10	13	20	19	8
6	17	12	7	19
4	8	9	16	7

Notes obtenues par les élèves de 3ème A

9	11	9	11	10
13	13	12	9	9
11	14	15	16	13
8	10	12	15	10

Notes obtenues par les élèves de 3ème B

❶ Pour chaque classe, dresser un tableau des effectifs.
❷ Construire sur un même dessin, en utilisant deux couleurs, les diagrammes en bâtons représentant les notes de chaque classe .
❸ Calculer la moyenne de chaque classe.
❹ Calculer l'écart entre la plus grande note et la plus petite des notes attribuées par les deux professeurs
❺ Quelle est la classe qui a obtenu les notes les plus dispersées de cette série ?
❻ Interpréter les résultats.

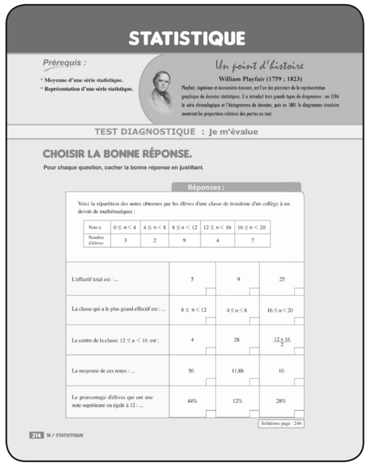
18 / STATISTIQUE 215

● Ce chapitre revêt un caractère de soutien, de renforcement et d'enrichissement. Il s'agit notamment de l'acquisition par les apprenants d'outils de comparaison de deux séries statistiques avec tout ce que cela peut leur procurer comme pratique et exercice de la lecure attentive et constructive.

● L'attention porte sur l'enrichissement du bagage cognitif des apprenants autour des caractéristiques de position, et ce à traverrs l'étude des deux concepts de mode et de médiane.

● L'étude des séries statistiques qui ont la même moyenne orithmétique et leur comparaison en termes des caractérstique de position ou en termes graphiques (quelle que soit leur type) favorise l'assimilation de la signification profonde de du concept de dispersion et l'indentification de ces différents indicateurs; ce qui rend les lectures interprétatives plus profitables dans le traitement des données quantitatives et qualitatives de façon positive et efficace.

● Ce qui caractérise aussi ce chapitre ; c'est qu'elle autorise d'étudier des phénomènes quantitatifs et d'en déduire des



STATISTIQUE

Prérequis :

* Moyenne d'une série statistique.
* Représentation d'une série statistique.

Un point d'histoire

William Playfair (1759 ; 1823)

Playfair, ingénieur et économiste écossais, est l'un des pionniers de la représentation graphique de données statistiques. Il a introduit trois grands types de diagramme : en 1786 la série chronologique et l'histogramme de données, puis en 1801 le diagramme circulaire montrant les proportions relatives des parties au tout.

TEST DIAGNOSTIQUE : Je m'évalue

CHOISIR LA BONNE RÉPONSE.

Pour chaque question, cocher la bonne réponse en justifiant.

Réponses :

Voici la répartition des notes obtenues par les élèves d'une classe de troisième d'un collège à un devoir de mathématiques :

Note n	$0 \leq n < 4$	$4 \leq n < 8$	$8 \leq n < 12$	$12 \leq n < 16$	$16 \leq n < 20$
Nombre d'élèves	3	2	9	4	7

L'effectif total est : ...	5	9	25
La classe qui a le plus grand effectif est : ...	$8 \leq n < 12$	$4 \leq n < 8$	$16 \leq n < 20$
Le centre de la classe $12 \leq n < 16$ est :	4	28	$\frac{12+16}{2}$
La moyenne de ces notes : ...	50	11,88	10
Le pourcentage d'élèves qui ont une note supérieure ou égale à 12 : ...	44%	12%	28%

Solutions page : 246

214 18 / STATISTIQUE

résultats significatifs au niveau de la réalité environnante; et ce à travers les résultats significatifs au niveau de la réalité environnante; et ce à travers les représentations, les graphiqueset les lectures interprétatives qui en découlent ou au niveau du traitement algébrique d'un phénomène déterminé (détermination de relations)

● Ainsi, ce chapitre constitue l'accasion d'enrichir le bagage conceptuel chez l'élève, outre l'utilité fonctionnelle des résultats et des conclusions.

Gestion des activités

Activité

Activité 1 **Médiane , moyenne et le mode**

Voici la liste des notes obtenues par 25 élèves d'une classe de troisième à un devoir de mathématiques.

10 - 14 - 7 - 8 - 10 - 12 - 5 - 11 - 8 - 10 - 9 - 12 - 15
17 - 6 - 7 - 9 - 11 - 10 - 8 - 14 - 12 - 6 - 8 - 10

1. ***a.*** Dresser le tableau des effectifs de cette série statistique.
   b. Déterminer la note obtenue par le plus grand nombre d'élèves .
   Cette note est appelé ***le mode*** de cette série statistique.
2. ***a.*** Représenter graphiquement cette série statistique.
   b. Calculer sa valeur moyenne (moyenne arithmétique)
3. ***a.*** Ranger toutes les notes dans l'ordre croissant.
   b. Déterminer et entourer la note M qui dévise cette série en deux groupes de même effectif.
   En dit que M est ***la médiane*** de cette série statistique.
   Est-ce-que la médiane est égale à la moyenne ?
4. Déterminer la médiane de la série statistique constituée des notes d'élèves ayant obtenu 10 et plus.

Traitement didactique

● Recherche en binômes.

● Calculatrice comme principal matériel didactique.

1) ● Chaque binôme fait la lecture des données numériques de la liste et remarque le nombre de fois où apparaissent les valeurs numériques puis dresse un tableau statistique.

● À partir du tableau des effectifs, les élèves identifient la note M obtenue par le plus grand nombre d'élèves. Le professeur focalise sur cette note en tant que valeur du caractère correspondante au plus grand effectif.

2) ● Les élèves entreprennent d'exprimer cette série statistique graphiquement en construisant un diagramme en bâtons.

À cet effet, le professeur peut envisager la possibilité d'adopter d'autres dessins graphiques ; ce qui constitue une occasion pour souligner de considérer une échelle appropriée aux données quantitatives et aux dimensions de la surface que l'on va exploiter pour la construction.

● Chaque binôme calcule la valeur moyenne. Les résultats sont exposées pour la comparaison et la correction en mettant l'accent sur la formule de la moyenne arithmétique et en l'exprimant sous forme de phrase .

À cet égard, on doit préciser la signification de cette notion à travers la liaison qu'elle a avec la moyenne des notes des élèves de la classe en question (c'est ce que l'on appelle la moyenne observée qui est ici 9,96)

- Les élèves doivent retenir que :

 * La moyenne ne correspond pas à la situation la plus fréquente.

 * Une même moyenne peut cacher des performances très différentes puisqu'elle n'indique pas la répartition des valeurs observées autour de la valeur centrale.

C'est ce que l'on va élucider dans l'activité 3.

3) • Les élèves rangent les notes dans l'ordre croissant.

Le professeur peut signaler la possibilité de les ranger par ordre décroissant.

- Insister instamment sur ce qui suit :

 * Inventorier toutes les notes de la liste classées (25 notes classées). Il est souhaitable de les placer sur une ligne droite.

 * Déterminer le «milieu» de cette série.

- Les élèves parviennent au fait que la note 10 sépare la série en deux groupes ayant le même effectif qui est 12.
- Définir la médiane.
- Attirer l'attention des élèves sur le fait que l'imparité de l'effectif total facilite la détermination de la médiane.
- Après comparaison de la médiane et de la moyenne, les élèves comprennent la différence entre elles du point de vue de la signification en tant que caractéristiques de position.

4) • Les élèves suivent les mêmes étapes précédentes :

 * Ecrire la liste sous la forme

$$\underbrace{10 - 10 - 10 - 10 - 10 - 11 - 11}_{\text{7 notes}} \quad \underbrace{12 - 12 - 12 - 14 - 14 - 15 - 17}_{\text{7 notes}}$$

 * Remarquer que l'effectif total de cette liste est 14 (qui est un nombre pair)

 * Il n'existe pas de note parmi les notes obtenues 'par les élèves ayant 10 et plus) qui partage la nouvelle série en deux groupes ayant le même effectif (entre 11 et 12 , il n'y a aucune note de la série)

- Le professeur intervient pour définir la médiane dans ce cas

en indiquant que l'on prend généralement la moyenne de 11 et 10 c'est-à-dire $\frac{11+12}{2}$ ou encore 11,5.

Activité 2 Classe médiane

On a relevé les taille de 60 personnes (en centimètres). Voici les résultats.

1. Compléter le tableau ci-contre.
2. En déduire la classe ***médiane*** de cette série.

Taille en cm	$140 \leqslant t < 145$	$145 \leqslant t < 150$	$150 \leqslant t < 155$	$155 \leqslant t < 160$
Effectif	24	10	12	14
Effectif cumulé	...	...	...	...

- Recherche en binômes.
- Calculatrice comme principal matériel didactique.
- Les élèves complètent le tableau en déterminant la ligne des effectifs cumulés croissants. Ils obtiennent :

Taille en cm	$140 \leq t < 145$	$145 \leq t < 150$	$150 \leq t < 155$	$155 \leq t < 160$
Effectif	24	10	12	14
Effectif cumulé	24	34	46	14

- En se basant sur ce tableau, les élèves déterminent la classe médiane par analogie avec la valeur médiane de l'activité 1. Pour ce faire, il suffit de trouver la classe correspondante à la première fois où la valeur de l'effectif cumulé croissant est supérieure ou égale à la moitié de l'effectif total.
- Dans le cas considéré, la première fois que l'effectif cumulé dépasse 30 se trouve à la modalité [145 ; 150[. Ainsi, on trouve que la classe médiane est [145 ; 150[.

Activité 3 Notion de dispersion

Deux professeurs comparent les notes obtenues par leurs élèves des classes 3$^{\text{ème}}$ A et 3$^{\text{ème}}$ B à un devoir commun de mathématiques.

8	6	9	19	13
10	13	20	19	8
6	17	12	7	19
4	8	9	16	7

Notes obtenues par les élèves de 3$^{\text{ème}}$ A

9	11	9	11	10
13	13	12	9	9
11	14	15	16	13
8	10	12	15	10

Notes obtenues par les élèves de 3$^{\text{ème}}$

1. Pour chaque classe, dresser un tableau des effectifs.
2. Construire sur un même dessin, en utilisant deux couleurs, les diagrammes en bâtons représentant les notes de chaque classe .
3. Calculer la moyenne de chaque classe.
4. Calculer l'écart entre la plus grande note et la plus petite des notes attribuées par les deux professeurs
5. Quelle est la classe qui a obtenu les notes les plus dispersées de cette série ?
6. Interpréter les résultats.

- Recherche en binômes
- Calculatrice comme matériel didactique.
- Chaque binôme dresse le tableau des effectifs de chaque série statistique, construit les diagrammes en bâtons et calcule la moyenne de chacune des classe de 3$^{\text{ème}}$.
- Les résultats sont présentés, comparés et corrigés. Les élèves remarquent que les deux moyennes valent 11,5.
- Les élèves calculent l'écart entre la plus grande note et la plus petite note pour chaque classe. Pour la classe A, ils trouvent 20 - 4 = 16 et pour la classe B, ils obtiennent 16 - 8 = 8.
- Le professeur incite les élèves à représenter les notes des deux classes sur deux droites graduées (parallèles où dans chacune d'elles, la note 11,5 est alignée avec son homologue)
- Pour enrichir la discussion, on peut utiliser les graphiques précités pour mettre en évidence l'éloignement ou le groupement des points autour de la moyenne.
- Pour préparer à la notion de dispersion, on peut dresser le tableau des écarts à la valeur moyenne puis calculer la moyenne de ces écarts pour chaque classe.

Chapitre 19

GÉOMÉTRIE DANS L'ESPACE

Capacités attendues :

❶ Reconnaître l'orthogonalité d'une droite et d'un plan et l'orthogonalité de deux droites dans quelques solides usuels.

❷ Appliquer le théorème de Thalès et de Pythagore pour calculer des longueurs, des aires et des volumes de solides, et pour établir l'orthogonalité dans l'espace.

❸ Connaître l'incidence de l'agrandissement et de la réduction des solides sur les longueurs, les aires et les volumes.

Objectifs	Prérequis	Extensions
❶ Appliquer les théorèmes de Thalès et de Pythagore pour calculer quelque longueurs, aires et volumes dans le cube, le parallélépipède, la pyramide et le cylindre. ❷ Agrandir et réduire quelques solides et déterminer leur incidence sur les longueurs, les aires et les volumes.	❶ Connaissance de quelques. solides : parallélépipède rectangle, cône de révolution, prisme droit, cylindre et pyramide. ❷ Développement et construction de solides. ❸ Connaissances des positions relatives de deux droites, d'une droite et d'un plan ; de deux plans à travers l'observation des solides. ❹ Théorèmes de Thalès et de Pythagore. ❺ Formules des aires et des volumes.	❶ Parallélisme et orthogonalité au niveau scolaire suivant. ❷ Calcul des volumes. ❸ Représentation des figures dans l'espace et l'identification de leurs éléments géométriques dans d'autres disciplines scolaires (notamment en physique).

Indications didactiques

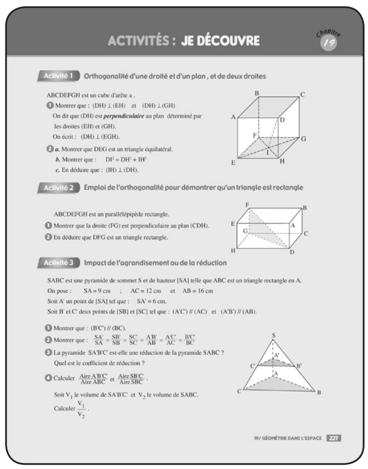
● Ce chapitre s'inscrit dans le prolongement des acquis de l'élève relatifs à la géométrie de l'espace. En effet, l'apprenant a déjà traité des situations diverses concernant particulièrement :

* Calcul des aires latérale et totale, des volumes d'un prisme droit d'un cylindre droit d'un cône de révolution et d'une pyramide.

* Positions relatives dans l'espace.

* Agrandissement et réduction.

● L'attention porte sur le développement chez les apprenantes, des compétences spécifiques, et leur amélioration à travers des activités progressives qui investissent le prérequis, l'enrichissent et facilitent l'immersion dans la connaissance « nouvelle ».



ACTIVITÉS : JE DÉCOUVRE — Chapitre 19

Activité 1 Orthogonalité d'une droité et d'un plan , et de deux droites

ABCDEFGH est un cube d'arête a .

❶ Montrer que : (DH) ⊥ (EH) et (DH) ⊥ (GH)

On dit que (DH) est ***perpendiculaire*** au plan déterminé par les droites (EH) et (GH).

On écrit : (DH) ⊥ (EGH).

❷ ***a.*** Montrer que DEG est un triangle équilatéral.

b. Montrer que : $DI^2 = DH^2 + IH^2$

c. En déduire que : (IH) ⊥ (DH).

Activité 2 Emploi de l'orthogonalité pour démontrer qu'un triangle est rectangle

ABCDEFGH est un parallélépipède rectangle.

❶ Montrer que la droite (FG) est perpendiculaire au plan (CDH).

❷ En déduire que DFG est un triangle rectangle.

Activité 3 Impact de l'agrandisement ou de la réduction

SABC est une pyramide de sommet S et de hauteur [SA] telle que ABC est un triangle rectangle en A.

On pose : SA = 9 cm ; AC = 12 cm et AB = 16 cm

Soit A' un point de [SA] tel que : SA' = 6 cm.

Soit B' et C' deux points de [SB] et [SC] tel que : (A'C') // (AC) et (A'B') // (AB).

❶ Montrer que : (B'C') // (BC).

❷ Montrer que : $\frac{SA'}{SA} = \frac{SB'}{SB} = \frac{SC'}{SC} = \frac{A'B'}{AB} = \frac{A'C'}{AC} = \frac{B'C'}{BC}$

❸ La pyramide SA'B'C' est-elle une réduction de la pyramide SABC ?

Quel est le cœfficient de réduction ?

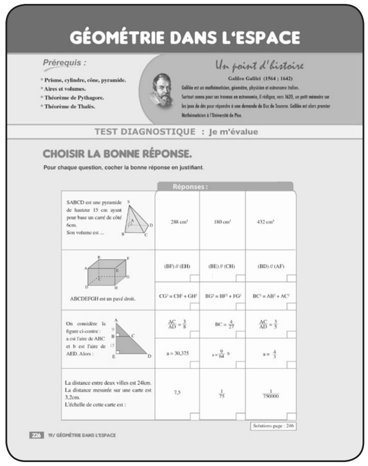
❹ Calculer $\frac{\text{Aire } A'B'C'}{\text{Aire } ABC}$ et $\frac{\text{Aire } SB'C'}{\text{Aire } SBC}$.

Soit V_1 le volume de SA'B'C' et V_2 le volume de SABC.

Calculer $\frac{V_1}{V_2}$.

19/ GÉOMÉTRIE DANS L'ESPACE 227

GÉOMÉTRIE DANS L'ESPACE



GÉOMÉTRIE DANS L'ESPACE

Prérequis :

* Prisme, cylindre, cône, pyramide.
* Aires et volumes.
* Théorème de Pythagore.
* Théorème de Thalès.

Un point d'histoire

Galileo Galilei (1564 ; 1642)

Galilée est un mathématicien, géomètre, physicien et astronome italien. Surtout connu pour ses travaux en astronomie, il rédigea, vers 1620, un petit mémoire sur les jeux de dés pour répondre à une demande du Duc de Toscane. Galilée est alors premier Mathématicien à l'Université de Pise.

TEST DIAGNOSTIQUE : Je m'évalue

CHOISIR LA BONNE RÉPONSE.

Pour chaque question, cocher la bonne réponse en justifiant.

	Réponses :		
SABCD est une pyramide de hauteur 15 cm ayant pour base un carré de côté 6cm. Son volume est ...	288 cm³	180 cm³	432 cm³
ABCDEFGH est un pavé droit.	(BF) // (EH)	(BE) // (CH)	(BD) // (AF)
	$CG^2 = CH^2 + GH^2$	$BG^2 = BF^2 + FG^2$	$BC^2 = AB^2 + AC^2$
On considère la figure ci-contre : a est l'aire de ABC et b est l'aire de AED. Alors :	$\frac{AC}{AD} = \frac{3}{8}$	$BC = \frac{4}{27}$	$\frac{AC}{AD} = \frac{3}{5}$
	a = 30,375	$a = \frac{9}{64}\, b$	$a = \frac{4}{3}$
La distance entre deux villes est 24km. La distance mesurée sur une carte est 3,2cm. L'échelle de cette carte est :	7,5	$\frac{1}{75}$	$\frac{1}{750000}$

Solutions page : 246

226 19/ GÉOMÉTRIE DANS L'ESPACE

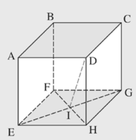
La structuration conceptuelle commence à partir des notions suivantes :

* Parallélisme d'une droite et d'un plan.
* Alignement de points.
* Intersection de deux plans.
* Echelle des plans (pour préparer aux concepts d'agrandissement et de réduction et les assimiler).
* Volumes des solides usuels.

● L'application et l'utilisation des théorèmes de Thalès et Pythagore sont considérées comme un soutien et un renforcement des notions relatives aux positions de parallélisme et d'orthogonalité. Tout cela est effectué en se basant sur le prisme droit qui fournit des propriétés riches autour de l'orthogonalité.

● Au niveau de la représentation et du dessin, la difficulté épistémologique réside dans le passage de la perspective cavalière d'un solide à ses caractéristiques, à sa description et à son développement.
On peut surmonter cet obstacle en s'appuyant sur un matériel didactique approprié et sur l'investissement de situations de la vie quotidienne.

Gestion des activités

<table>
<tr><th>Activité</th><th>Traitement didactique</th></tr>
<tr><td>
Activité 1 Orthogonalité d'une droité et d'un plan , et de deux droites
ABCDEFGH est un cube d'arête a .
1 Montrer que : (DH) ⊥ (EH) et (DH) ⊥ (GH)
On dit que (DH) est perpendiculaire au plan déterminé par les droites (EH) et (GH).
On écrit : (DH) ⊥ (EGH).
2 a. Montrer que DEG est un triangle équilatéral.
b. Montrer que : $DI^2 = DH^2 + IH^2$
c. En déduire que : (IH) ⊥ (DH).


</td><td>
● Notons d'abord que les solides (« sociaux » que l'on rencontre au quotidien) sont un point de départ de la géométrie de l'espace. On peut présenter aux élèves des modèles de solides confectionnés (il est préférable que ces solides soient en plastique transparent pour que l'on puisse dessiner des droites ou des segments sur leurs faces et mettre en évidence des propriétés géométrique). Grâce à cette matérialisation, les élèves arrivent à connaître la différence entre un solide « social » et un solide mathématique en tant qu'objet théorique possédant des propriétés. Par ailleurs, le fait que les élèves sont familiarisés avec des objets usuels leur permet de passer progressivement de la perception des propriétés géométriques à des images mentales pour les principaux concepts rencontrés ; ce qui leur permet d'accéder, par un recours à des instruments et par la connaissance de certaines propriétés, à élaborer des raisonnements.
1) ● Chaque groupe observe la figure et essaie d'identifier ses éléments géométriques et leur nature.
● Les travaux sont présentés pour la discussion et la rectification.
</td></tr>
</table>

● Le professeur insiste, au cours de la discussion, sur :

* Rappeler les éléments géométriques caractéristiques d'un cube.
* Les faces du cube sont des carrés isométriques.
* AEHD et CDHG sont des carrés ; donc l'angle $\widehat{H}$ est droit dans chacun de ces deux carrés.

*Déduire l'orthogonalité demandée.

*Définir l'orthogonalité (perpendicularité) d'un plan et d'une droite dans l'espace, tout en notant que le plan (EGH) est parfaitement déterminé par les deux droites sécantes (EG) et (EH) . Ainsi une droite est orthogonale à un plan signifie que cette droite est perpendiculaire à deux droites sécantes de ce plan.

2) ● Chaque binôme observe le triangle DEG et identifie sa position par rapport au cube.

● Chaque binôme présente son travail pour la discussion, et on souligne que les côtés du triangle sont des diagonales de carrés isométriques ; par conséquent ces côtés sont isométriques et la nature du triangle DEG s'en déduit.

● On peut inciter les élèves à remarquer que [DI] est une hauteur du triangle équilatéral DEG, et que [HI] est une hauteur du triangle rectangle isocèle HEG.

● Chaque binôme calcule ces deux hauteurs (en rappelant la méthode de calcul de la hauteur).

● Les résultats sont exposés et comparés. De la discussion émane l'orthogonalité souhaitée en se basant sur le théorème réciproque de Pythagore.

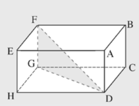
● Consigner la propriété au tableau :

« Toute droite perpendiculaire à un plan est orthogonale à toutes les droites de ce plan ».

Activité 2 Emploi de l'orthogonalité pour démontrer qu'un triangle est rectangle

ABCDEFGH est un parallélépipède rectangle.

1. Montrer que la droite (FG) est perpendiculaire au plan (CDH).
2. En déduire que DFG est un triangle rectangle.



● Recherche en groupes

● Chaque groupe observe le solide et identifie ses éléments géométriques et leur nature.

1) ● Les résultats sont exposés, comparés et discutés en mettant l'accent sur :

* [FG] est un côté commun aux deux rectangles EHGF et BDGF ;
  donc (FG) ⊥ (HG) et (FG) ⊥ (GC).
* (HG) et (GC) sont deux droites sécantes incluses dans le plan (HGC) qui est confondu avec le plan (CDH) (c'est le plan de la face CDHG)

* Donc : (FG) ⊥ (CDH)

2) • Les élèves déduisent du résultat de la question précédente que (FG) est orthogonal à toutes les droites du plan (CDH) et particulièrement à (DG). Il s'ensuit alors que le triangle DFG est rectangle en G.

1) • Le professeur peut attirer l'attention des élèves sur le fait que (FG) est orthogonale à toute droite (GM) où M est un point quelconque du plan (CDH), distinct de G. (C'est ce que l'on appelle le théorème de la porte).

Activité 3 Impact de l'agrandisement ou de la réduction

SABC est une pyramide de sommet S et de hauteur [SA] telle que ABC est un triangle rectangle en A.

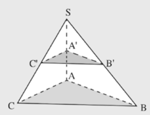
On pose : SA = 9 cm ; AC = 12 cm et AB = 16 cm

Soit A' un point de [SA] tel que : SA' = 6 cm.

Soit B' et C' deux points de [SB] et [SC] tel que : (A'C') // (AC) et (A'B') // (AB).

1. Montrer que : (B'C') // (BC).
2. Montrer que : $\frac{SA'}{SA} = \frac{SB'}{SB} = \frac{SC'}{SC} = \frac{A'B'}{AB} = \frac{A'C'}{AC} = \frac{B'C'}{BC}$
3. La pyramide SA'B'C' est-elle une réduction de la pyramide SABC ?
   Quel est le cœfficient de réduction ?
4. Calculer $\frac{\text{Aire } A'B'C'}{\text{Aire } ABC}$ et $\frac{\text{Aire } SB'C'}{\text{Aire } SBC}$.

   Soit V_1 le volume de SA'B'C' et V_2 le volume de SABC.
   Calculer $\frac{V_1}{V_2}$.



• Recherche en groupes

1) • Chaque groupe observe la figure, la reproduit sur une feuille avec les données proposées, et traite la question.

• Chaque groupe présente son travail pour le discuter.

On insistera sur : (B'C') // (BC)

* L'utilisation du théorème de Pythagore dans chacun des deux triangles rectangles ASB et ASC permet de calculer SB et SC.

* En appliquant le théorème de Thalès dans ces deux triangles, les élèves parviennent à :

$$\frac{SB'}{SB} = \frac{SA'}{SA} \quad \text{et} \quad \frac{SC'}{SC} = \frac{SA'}{SA} \quad \text{et partant à :} \quad \frac{SB'}{SB} = \frac{SC'}{SC}$$

* En employant le théorème réciproque de Thalès, les élèves arrivent à établir que :

2) • Le résultat de cette question découle immédiatement de la question précédente.

3) • Sachant que les arêtes homologues dans chacune des pyramides sont proportionnelles et que le coefficient de proportionnalité est $\frac{6}{9} = \frac{2}{3}$, on peut dire que SA'B'C' c'est une réduction de la pyramide SABC.

À cet égard, on doit noter que la pyramide est une réduction de la pyramide de coefficient $\frac{2}{3}$ (qui est strictement inférieur à1).

4) • Chaque groupe calcule les aires demandées et parvient à :

$$\frac{\text{Aire}(A'B'C')}{\text{Aire}(ABC)} = \frac{4}{9} \quad \text{et} \quad \frac{\text{Aire}(SB'C')}{\text{Aire}(SBC)} = \frac{4}{9}$$

5) • En utilisant la formule du volume, les élèves calculent V_1 et V_2 et pour conclure à $\frac{V_1}{V_2} = \frac{8}{27}$

• Commenter les résultats obtenus en mettant l'accent sur l'impact de la rédu ction sur les mesures des longueurs, des aires et des volumes : Si k ($0 < k < 1$) est le coefficient de réduction des longueurs, alors k^2 est le coefficient de réduction des aires et k^3 est celui volumes.

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

1 MANUELS SCOLAIRES

- BRAULT, R. et al . *Mathématiques 3e*. Cycle 3 . Collection Phare. Edition. Edition Hachette Éducation 2012.
- BRAULT, R. et al. *Mathématiques 4e*.. Collection Phare. Edition. Edition Hachette Éducation 2011.
- BRAULT, R. et al. *Mathématiques 5e*. Collection Phare. Edition. Edition Hachette Éducation 2010.
- CHAPIRON, G et al. *Mathématiques 3e*. Collection triangle. Edition Hatier 2012.
- CHAPIRON, G et al. *Mathématiques 4e*. Collection triangle. Edition Hatier 2007.
- CHAPIRON, G et al. *Mathématiques 5e*. Collection triangle. Edition Hatier 2006.
- CHAPIRON, G et al. *Mathématiques 6e*. Collection triangle. Edition Hatier 2009.
- DELORD, R & VINRICH, G. *Math 3e*. Collection Cinq sur sur cinq. Edition Hachette Éducation, 1999
- DELORD, R et al. *Math 4e*. Collection Cinq sur cinq. Edition Hachette Éducation. 2002
- DELORD, R . et al. *Math 5e*. Collection Cinq sur cinq. Edition Hachette Éducation. 2001
- DELORD, R . et al. *Math 6e*. Collection Cinq sur cinq. Edition Hachette Éducation. 2000.
- MALAVAL, J. et al. Transmath *3e*. Edition Nathan-2012.
- MALAVAL, J. et al. *Transmath 4e. Cycle 4 (2ème année).* Edition Nathan.2016
- MALAVAL, J. et al. *Transmath 5e. Cycle 4 (1ère année).* Edition Nathan.2016
- MALAVAL, J. et al. *Transmath 6e. Cycle 3 (3ème année).* Edition Nathan.2016
- MANTE, M et al. *Mathématiques 4e, livre du professeur*. Triangle. Hatier paris 2002

2 PÉDAGOGIE ET DIDACTIQUE

- BECKERS,J. citée par M.CRAHAY in *Dangers, incertitudes et incompléltude de la logique de la compétence en éducation*. Revu français de pédagogique, n° 155.
- BIBLIOTHEQUE NATIONALE DU QUEBEC. *Programme de formation à l'école québécoise.*
- BISSONNETTE, S. & RICHARD, M. *Comment construire des compétences en classe*. Montréal, 2001.
- BONNEFON, D *l'élaboration des questions à choix multiples*. http ://www.questy.fr/.
- CSEFRS *Eduction aux valeurs.* Rapport 17/1 . janvier 2017
- *Charte Nationale d'Education et de Formation.* janvier 2000

- DE KETELE, J.-M. *L'approche par compétences : au delà du débat d'idées, un besoin et une nécéssité d'agir* Universsité catholique du louvain 2008.
- DE KETELE, J.-M. *L'évalution des acquis scolaires : quoi ? pourquoi ? pour quoi ?* Revue tunisienne des sciences de l'éducation , n°28. 1996
- DE KETELE, J.-M. & ROEGIERS, X. *Une pédagogie de l'intégration.* De book Université.
- DUBOIS, A. *Mise en place d'une situation de remédiation. IUFM de Bourgogne, 2004.*
- Fédération Wallonie-Bruxelles. *Socle de compétences.* Enseignement et recherche scientifique. enseignement.be.2014
- FEYFANT, A. *La différenciation en classe.* Dossier de Veille de l'IFE, n° 113, novembre 2016.
- GERARD-JAILLET, A. et al. *Enseigner une discipline dans une autre longue : méthodologie et pratiques professionnelles.* Editeur Peter Lang Hmbh . 2016
- GERARD, F.M. *L'évaluation des compétences par des situations complexes.* Actes du Collogue de l'Admee, IUFM. Champagne-Ardenne. Reins, octobre 2005
- HADJI, C. *L'évalution, les règles du jeu.* ESF. 1990
- INHELDER, B. *Apprentissage et structure de la connaissance.* P.U.F. , Paris 1974 in
  سلسلة التكوين التربوي : التعليم و الأساليب المعرفية وبيداغوجيا الدعم, العدد 6 مؤلف جماعي, مطبعة النجاح الجديدة _ الدار البيضاء 1994
- JOHNSON, L. & BANY, M. *Conduite et animation de la classe (Compte rendu).* Revue Française de Pédagogie. Paris -, Bruxelles, Montréal ; Dunod, 1974.
- KOSYVAS, G. *Problèmes ouverts, notion , catégories et difficultés.* In Annales de didactique et de sciences cognitives. Volume 15. IREM de Strasbourg 2010.
- LE BOTERF, G. *De la compétence, essai sur un attracteur étrange.* les éditions d'organisation. Paris , 1994.
- LECLERC, D. *Q.C.M.* cité en http://www.questy.fr/
- LEGENDRE, R. *Dictionnaire actuel de l'éducation.* Collection le défi éducatif. Guéria, 2005.
- L'HÔTE, M. *les notes à l'école. Syros alternatives, 1990.* Collection le défi éducatif. Guéria, 2005.
- MAHOUX, P. *Socle de compétences.* Bruxelles, 1994.
- MEIRIEU, P. *Apprendre ... oui,0 mais comment ? ESF éditeur. Paris, 2016*

- MEIRIEU, P. *des devoirs à la maison : Parents, enfants, enseignants : pour en finir avec ce casse-tête.* Syros 2000.
- MINISTERE DE L'EDUCATION NATIONALE. *Document-cadre : Choix et orientations pédagogiques ; éléments de la philosophie éducative adoptée.* juin 2000
- OCDE cité in . *contribution des enseignants à l'éducation à la citoyenneté et qux droits de l'homme.* Conseil de l'Europ. Publishing Editions. Novembre 2009.
- PERRENOUD, P. *Des savoirs aux compétences : de quoi parle-t-on en parlant de compétences.* Univessité de Genève, 1995.
- PERRENOUD, P. *La note en plein évaluation.* Article paru dans le numéro spécial de «l'educater» en mars 2004.
- PIAGET, J. & CHOMSKY, N. *Théories du langage-théories de l'apprentossage. Débat entre J. Piaget et N. Chomsky.* Edition du Seuil, 1982
- PIAGET, J. *Mes idées.* Denoël-Gonthier, 1977
- PONCELET, D. et al. *les devoirs : canal de communication entre l'école et les familles ?.* Recherche en éducation, n°95/99. Le point sur la recherche en éducation, n°20. Université de liège. juin 2001.
- RAY,B. et al. *Savoirs, capacités et compétences à l'école : une quête de sens.* BIEF. Forum-pédagogies, mars 1999.
- RAY,O. *Veille scientifique et technologique.* (institut national de recherche pédagogique). dossier d'actualité n°34. lyon, 2008 .
- REVERD, C. *L'accompagnement à l'école : Dispositifs et réussite à l'école.* Dossier deVeille de l'IFÉ, n° 119, juin 2017.
- ROEGIERS, X. *Savoirs, capacités et compétences) l'école : une quête de sens. BIEF. Forum-pédagogies, mars 1999.*
- ROEGIERS, X. *Une pédagogie de l'intégration : Compétences en intégration dans l'enseignement. De Doek Université. Bruxelles, 2001.*

3 MATHÉMATIQUES ET DIDACTIQUE

- ARSAC, G. & MANTE, M. *LEs pratiques du problème ouvert.* CRDP de hyon- 2007
- BODIN, A. *Comment classer les questions de mathématiques.* (IREM de Franche conté (2009) in https://www.apmep.fr.
- BOUVIER, A & GEORGE, M . *Dictionnaire des mathématiques.* PUF, 2013.
- BOUVIER, A. & *La mystification mathématique.* Hermann, 1981.
- BOUVIER, B. *Didactique des mathématique : le livre et le faire.* CEDIC, 1986
- BROUSSEAU, G. *Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques : Etudes en didactique des mathématiques.* Institut de recherche sur l'enseignement des mathématiques. Bordeaux, 1987.
- BROUSSEAU, G. *La résolution des problèmes.* Math Ecole , 163. Neuchâtel, 1994.
- BROUSSEAU, G. *Théorisation des phénomènes d'enseignement des mathématiques. Université de Bordeaux. 1986.*
- BRUTER, C.P. *Comprendre les mathématiques, les 10 notions fondumentales.* Edition JACOB, Odile. Paris, 1996.
- CASSOU-NOGUÈES , P . *Hilbert.* Editions les Belles Lettres, coll . « Figures du savoir», 2001
- CASTELNUOVO, E. & BARRA, M. *Mathématiques dans la réalité.* CEDIC, 1996.
- CHARNAY, R. et al. *Ermel-Apprentissages numériques et résolution de problèmes CM_1.* Editeur : Hatier, 2005.
- CHARNAY, R. *Mathématiques dans la réalité.* CEDIC, 1996.
- DAHAN-DALMEDICO, A.& PEIFFER, J. *Une histoire des mathématiques : rontes et dédales* . Efitions du Seuil.1996
- DJEBBAR, A . *L'âge d'or des sciences arabes.* Editeur Humensis. 2005
- GASQUET, S. *Apprivoiser les maths.* Syros ; l'école des parents. 1989
- GENINET, A. *La gestion mentale en mathématiques.* Rety. 1993
- LÉPINE, L. *Tout problème ouvert n'engage pas nécessairement une bonne recherche.* Grand N, n°60. Université Grenoble-Alpes.1996

- MINISTÈRE DE L'EDUCATION NATIONALE. *Programmes et consignes pédagogiques pour l'enseignement des mathématiques au second cycle de l'enseignement fondamental.* 1991.
- POLYA, G. *PHow to solve it?* . Traduit par C. MESNAGE sous le titre «comment poser et résoudre un problème. Dunod. Paris, 1965.
- RASHED, R. *«D'AL-Khwarizmy à Descartes» : Etudes sir l'histoire des mathématiques classiques.* Hermann. 2011 .
- SCHNEIDER, M. *Trois compétences transverrales : Etudes sir l'histoire des mathématiques classiques.* Hermann. 2011 .
- SZPIRO, G. & GEORGE, G. *La conjecture de Poincaré.* Collection Points. Ed. du Seuil, 2009
- VERGNAUD, G. *L'enfant, la mathématique et la réalité.*

4 WEBOGRAPHIE

- Formation-pédagogie-didactique in baaziz-kafgrab.e-monsite.com
- https://afb31.free.fr/ bezier motivations (2019)
- https://fr.m.wikipedia.org (2019)
- https://le-castillon.etab.ac.caen.fr (2018)
- https://lexique.netmath.ca.Scolab(2009)
- https://www.ac.grenoble.fr (2019)
- https://www.babelio.com
- https://www.bibmath.net (2018)
- https://www.bts-academy.com (2019)
- https://www.drgoulu.com
- https://www.cons-dev.org (2018)
- https://www.franceinter.fr (2018)
- https://www.history.mes.st-andreus.ac.uk(2018)
- https://www.paris-nauterre.fr. *Les outils d'évaluation-l'évaluation des apprenants.*
- https://www.edu.gov.on.ca. *L'art de questionner de façon efficace*. Ontario, novembre 2011

5 مراجع باللغة العربية

- البعزاتي بناصر. الاستدلال والبناء / بحث في خصائص العقلية العلمية. دار الأمان. المركز الثقافي العربي. الرباط. 1999
- الدريج محمد. التدريس الهادف. مطبعة النجاح. الدار البيضاء. 1990
- دعمس مصطفى نمر. استراتيجيات التقويم التربوي الحديث وأدواته. دار غيداء. عمان. 2008
- سلسلة علوم التربية 5 . درسنا اليوم...! من بيداغوجيا الأهداف إلى بيداغوجيا المشكلات. إعداده، إنجازه، تقييمه. مؤلف جماعي. مطبعة النجاح الجديدة. الدار البيضاء. نونبر 1991
- فاتحي محمد. تقييم الكفايات. منشورات عالم التربية 2004.

RÉFÉRENCES PERMETTANT D'ENRICHIR LES CONNAISSANCES DE L'ENSEIGNANT

1 Mathématiques

- AASSILA, M. *300 défis mathématiques.* Ellipses. 2001
- ALEKSEYEV, R. & KURLYANDCHIK. *The sum of minina and the minima of the sums.* Quantum. january 2001.
- ANDREESCU,T & BOGDAN, E. *Mathematical Olympiad Treasures* . Birkhauser, Boston 2004
- ANDREESCU,T. et al. *Mathematical Olympiads Arownd the Word 1998-1999* . Mathematical Association of America . 2000
- ANDREESCU,T. et al. *Old and New Inequalitises.* GIL Publishing House, Zalau, Romania, 2004.
- ANDREESCU,T. et al. *USA and International Mathematical Olympiads 2001.* Mathematical Association of America . 2002
- ANDREESCU,T. & KEDLAYA, K. *Mathematical contests 1995-1996* . American Mathematical Competitions. 1997
- ANDREESCU,T. & KEDLAYA, K. *Mathematical contests 1996-1997* . American Mathematical Competitions. 1998
- BORNSZTEIN, P. *Mégamath* . Vuibert
- BORNSZTEIN, P. *Supermath* . Vuibert
- BULLEN, P.S. et al. *Means and their Inequalities* . Kluwer
- ENGEL, A. *Problem-Solving stratigies* . Springer

- HARDY, G.H. et al. *Inequalities* . Combridge University. Press
- JARRY, J.M. *Ensemble des nombres réels, ensemble des nombres complexes, polynômes, fraction rationnelle de polynômes, théorie des équations.* Editeur : Montréal : Lidec 1968
- MITRINOVIC, D.S. *Analytic Inequalities* . Springer
- SOULAMI, T.B. *Les olympiades de mathématiques* . Ellipses

2 Didactique de mathématiques

- ACADEMIE DES SCIENCES. *La statistique* . Rapport sur la science et la technologie n°8. Editions TEC & DOC. Paris 2000.
- ARSAC, G. et al. *Initiation au raisonnement déductif au collège* . Presses Universitaires de Lyon 1992
- ARSAC, G. et al. *La pratique du problème ouvert* . IREM de Lyon. 1985
- ARSAC, G. et al. *Problème du situation-problème* . IREM de Lyon. 1991
- ARSAC, G. et al. *Variation de notre enseignement avec les problèmes ouverts* . IREM de Lyon. 1985
- ARSAC, G. & MANTE, M. *Le rôle du professeur. Asspects pratiques et théoriques, reproductibilité* . Séminaire de didactique des mathématiques et de l'informatique. n°101. LSD-IMAG. Grenoble,1988
- ARSAC, G. & MANTE, M. *Les pratiques du problème ouvert* . IREM de Lyon. CRDP. Villeurbanne. 2007
- ARSAC, G. *Origine de la démonstration* . Recherche en didactique des mathématiques. Volume 8, Issue 6, 1987
- ARTIGUE, M. & HOUDEMENT, C. *Problème solving in France : didactic and curricular perspectives.* ZDM (The International journal on mathematics education). Volume 39, issue 5-6 , october 2007
- ARTIGUE, M. *Ingénierie didactique.* Recherche en didactique des mathématiques. Volume 9/3. 1998
- ARTIGUE, M. *Ingénierie didactique en mathématiques.* Publication de l'Institut de Recherches Mathématiques de Rennes. Fascicule 5. « Didactique des mathématiques» , exp. n°2 . 1991
- ARTIGUE, M. *Ingénierie didactique: quel rôle dans la recherche didactique aujourd'hui ?* Les Dossiers des Sciences de l'Education. n°8 thématique : Didactique des disciplines scientifiques et technologiques ; concepts et méthodes. Presses Universitaires du Mirail. 2002. [www.persee.fr/issue/dsedu]
- Association mathématiques du Québec. *Les systèmes de numérations des nombres rationnels.* Edité par l'*a*ssociation mathématiques du Québec en 1970.
- ASSUDE,T. *Ecologie de l'objet racine carrée et analyse du curriculum.* In Petit *x* n°35.
- ASTOLFI, J.P. & DEVELAY, M. *La didactique des sciences.* Que sais-je ? Paris , France : PUF, 1989.

- ASTOLFI, J.P. & DEVELAY, M. *La didactique des sciences.* Que sais-je ? Paris , France : PUF, 1989.